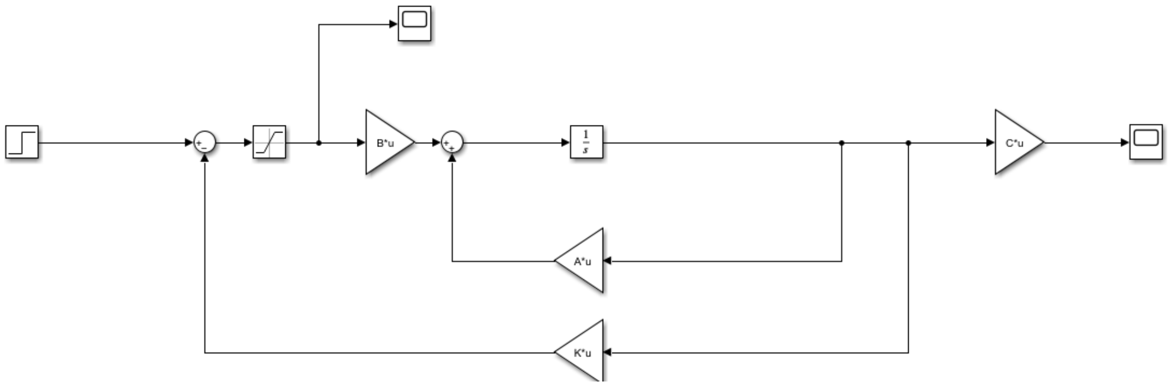
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΚΑΙ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

«Μελέτη και εφαρμογή συστήματος ελέγχου με γραμμικό τετραγωνικό ρυθμιστή LQR»



Φοιτητής

513148

ΣΤΑΜΑΤΙΟΣ ΠΟΛΙΤΗΣ

Επιβλέπων

Δρ. Κυριάκος Τσιακμάκης

Φεβρουάριος 2024

Μελέτη και εφαρμογή συστήματος ελέγχου με γραμμικό τετραγωνικό ρυθμιστή LQR

Κωδικός: 23203

Φοιτητής: Σταμάτιος Πολίτης

Εισηγητής: Δρ Κυριάκος Τσιακμάκης

Ημερομηνία ανάληψης Π.Ε. 30-03-2023

Ημερομηνία περάτωσης Π.Ε. 10-01-2024

Βεβαιώνω ότι είμαι ο συγγραφέας αυτής της εργασίας και ότι κάθε βοήθεια την οποία είχα για την προετοιμασία της είναι πλήρως αναγνωρισμένη και αναφέρεται στην εργασία. Επίσης, έχω καταγράψει τις όποιες πηγές από τις οποίες έκανα χρήση δεδομένων, ιδεών, εικόνων και κειμένου, είτε αυτές αναφέρονται ακριβώς είτε παραφρασμένες. Επιπλέον, βεβαιώνω ότι αυτή η εργασία προετοιμάστηκε από εμένα προσωπικά, ειδικά ως πτυχιακή εργασία, στο Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής και Ηλεκτρονικών Συστημάτων του ΔΙ.ΠΑ.Ε.

Περίληψη

Σε αυτή τη μελέτη, διερευνούμε την απόδοση των συστημάτων ελέγχου Αναλογικής-Ολοκληρωμένης-Παράγωγης (PID) και Γραμμικού Τετραγωνικού Ρυθμιστή (LQR) σε συναρτήσεις δεύτερης τάξης, με έμφαση κυρίως στο LQR. Μέσω προσομοιώσεων MATLAB και Simulink, παρατηρήσαμε ικανοποιητικές βηματικές αποκρίσεις και από τους δύο ελέγχους. Ωστόσο, κατά την εισαγωγή ενός ορίου τάσης 3V στην είσοδο της συνάρτησης-plant, ο έλεγχος PID δυσκολεύτηκε να διατηρήσει τη σταθερότητα του συστήματος, οδηγώντας σε μεγάλες τιμές τάσης εισόδου οπότε και κατάρευση. Αντίθετα, ο έλεγχος LQR έδειξε καλύτερη απόδοση κάτω από τις ίδιες συνθήκες, αν και μια μικρή μείωση στην απόδοση που παρατηρήθηκε μετά από μια εκτεταμένη περίοδο. Αυτή η έρευνα υπογραμμίζει την αποτελεσματικότητα του ελέγχου LQR στη διαχείριση των περιορισμών του συστήματος και τα πιθανά πλεονεκτήματά του έναντι του ελέγχου PID σε συγκεκριμένα σενάρια.

« Study and implementation of a control system with a linear quadratic regulator LQR»

Abstract

In this work, we investigate the performance of Analog-Integrated-Derivative (PID) and Linear Quadratic Regulator (LQR) control systems on second-order functions, with a particular focus on LQR. Through MATLAB and Simulink simulations, we observed satisfactory step responses from both controls. However, when introducing a 3V voltage limit at the function-plant input, the PID control struggled to maintain system stability, leading to large input voltage values and then collapse. In contrast, the LQR control showed better performance under the same conditions, although a slight decrease in performance was observed after an extended period. This research highlights the effectiveness of LQR control in managing system constraints and its potential advantages over PID control in specific scenarios.

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να εκφράσω τις ευχαριστίες μου στους γονείς μου για την αμέριστη υποστήριξή τους και στον επιβλέποντα μου, κ. Τσιακμάκη Κυριάκο, για τη συνεπή εκπαιδευτική καθοδήγηση, την επιστημονική καθοδήγηση και τη σημαντική συνεισφορά του στον κώδικα της Matab.

Περιεχόμενα

Κατάλογος Σχημάτων

Κεφάλαιο 1ο: Εισαγωγή

1.1 Εισαγωγή

Στον τομέα της μηχανικής ελέγχου, η μελέτη και η εφαρμογή προηγμένων συστημάτων ελέγχου διαδραματίζει κεντρικό ρόλο στη βελτίωση της απόδοσης και της σταθερότητας των δυναμικών συστημάτων. Μια τέτοια ισχυρή και ευρέως χρησιμοποιούμενη στρατηγική ελέγχου είναι ο Γραμμικός Τετραγωνικός Ρυθμιστής (LQR). Η μεθοδολογία LQR συνδυάζει στοιχεία βελτιστοποίησης και θεωρίας ελέγχου για να σχεδιάσει ελεγκτές που ελαχιστοποιούν μια τετραγωνική συνάρτηση κόστους, επιτυγχάνοντας έτσι μια ισορροπία μεταξύ σταθερότητας και απόδοσης του συστήματος. Αυτή η προσέγγιση έχει βρει εφαρμογές σε διάφορους τομείς, που κυμαίνονται από την αεροδιαστημική και τη ρομποτική μέχρι την οικονομία και τη χρηματοδότηση. [1-3]

Αυτή η μελέτη εμβαθύνει στις αρχές, τη θεωρία και την πρακτική εφαρμογή ενός συστήματος ελέγχου που χρησιμοποιεί τον Γραμμικό Τετραγωνικό Ρυθμιστή. Καθώς αναλύουμε το LQR, θα εξερευνήσουμε τα μαθηματικά του θεμέλια, τις τεχνικές βελτιστοποίησης και τις βασικές αρχές που το καθιστούν ένα ισχυρό και ευέλικτο εργαλείο για μηχανικούς ελέγχου. Μέσω μιας λεπτομερούς εξέτασης μελετών και εφαρμογών στον πραγματικό κόσμο, αυτή η έρευνα στοχεύει να μας δείξει στον τρόπο με τον οποίο το LQR μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά για την αντιμετώπιση πολύπλοκων προκλήσεων ελέγχου σε δυναμικά συστήματα.

Επιπλέον, η πτυχή υλοποίησης αυτής της μελέτης περιλαμβάνει πρακτικά ζητήματα, όπως μοντελοποίηση συστήματος, σχεδιασμός ελεγκτή και παραμέτρους συντονισμού για την επίτευξη των επιθυμητών αποτελεσμάτων απόδοσης. Η κατανόηση των αποχρώσεων της εφαρμογής LQR όχι μόνο παρέχει πληροφορίες για τη θεωρητική του αποτελεσματικότητα, αλλά εξοπλίζει επίσης τους μηχανικούς με τα εργαλεία που χρειάζονται για την εφαρμογή αυτής της μεθοδολογίας σε διάφορα σενάρια πραγματικού κόσμου.

Η μελέτη και η εφαρμογή ενός συστήματος ελέγχου με Γραμμικό Τετραγωνικό Ρυθμιστή προσφέρει ένα ολοκληρωμένο ταξίδι στη σύντηξη της βελτιστοποίησης και της θεωρίας ελέγχου. Εμβαθύνοντας τόσο σε θεωρητικές έννοιες όσο και σε πρακτικές εφαρμογές, αυτή η εξερεύνηση στοχεύει να συμβάλει στην ευρύτερη κατανόηση του LQR ως πολύτιμου εργαλείου για την επίτευξη βέλτιστης απόδοσης συστήματος σε ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών κλάδων μηχανικής.

Ο έλεγχος LQR είναι μια δημοφιλής επιλογή για συστήματα δεύτερης τάξης λόγω της ικανότητάς του να παρέχει βέλτιστες, σταθερές λύσεις ελέγχου με μια αναλυτική λύση κλειστής μορφής, καθιστώντας το πρακτικό και αποτελεσματικό για ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών.

1.2 Δομή της εργασίας

Στο πρώτο κεφάλαιο παρουσιάζεται η εισαγωγή της εργασίας.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζεται η εισαγωγή στο LQR .

Στο τρίτο κεφάλαιο περιγράφεται η τεχνολογία που χρησιμοποιήθηκαν όπως η Matlab.

Στο τέταρτο κεφάλαιο αναλύονται εφαρμογές με PID και LQR και πραγματοποιείται σύγκριση.

Στο πέμπτο κεφάλαιο παρουσιάζονται τα συμπεράσματα της εργασίας.

Κεφάλαιο 2ο: Εισαγωγή στο LQR

2.1 Εισαγωγή

Ο έλεγχος γραμμικού τετραγωνικού ρυθμιστή (LQR- Linear Quadratic Regulator) είναι μια εξελιγμένη και ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική στον τομέα της μηχανικής συστημάτων ελέγχου. Στον πυρήνα του, το LQR είναι μια μέθοδος σχεδιασμένη για να ρυθμίζει τη συμπεριφορά των δυναμικών συστημάτων, διασφαλίζοντας ότι ανταποκρίνονται βέλτιστα σε εξωτερικές διαταραχές και επιτυγχάνουν την επιθυμητή απόδοση. Αυτό που κάνει το LQR ιδιαίτερα ισχυρό είναι η ικανότητά του να επιτυγχάνει μια ισορροπία μεταξύ της επίτευξης των στόχων ελέγχου και της ελαχιστοποίησης της απαιτούμενης προσπάθειας ελέγχου. [4-5]

Ο κύριος στόχος του LQR είναι να ελαχιστοποιήσει μια τετραγωνική συνάρτηση κόστους που αντιπροσωπεύει μια αντιστάθμιση μεταξύ της προσπάθειας ελέγχου και της απόδοσης του συστήματος. Η προσπάθεια ελέγχου τυπικά ποσοτικοποιείται από την είσοδο ελέγχου που εφαρμόζεται στο σύστημα και η απόδοση του συστήματος μετράται από τις μεταβλητές κατάστασης ή τις μεταβλητές εξόδου του συστήματος. Βρίσκοντας τη βέλτιστη είσοδο ελέγχου που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους, το LQR στοχεύει στην επίτευξη ισορροπίας μεταξύ της σταθεροποίησης του συστήματος και της επίτευξης επιθυμητής απόδοσης.

Με απλά λόγια, το LQR είναι μια στρατηγική ελέγχου που χρησιμοποιείται για να διέπει τη συμπεριφορά γραμμικών χρονοαμετάβλητων συστημάτων. Αυτά τα συστήματα είναι διαδεδομένα στη μηχανική και καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, από τον έλεγχο της αεροδιαστημικής και της αυτοκινητοβιομηχανίας έως τις βιομηχανικές διεργασίες. Τα γραμμικά συστήματα, που χαρακτηρίζονται από τις γραμμικές τους εξισώσεις κίνησης, παρέχουν τη βάση για την εφαρμογή των τεχνικών LQR.

Ο πρωταρχικός στόχος του LQR είναι να βελτιστοποιήσει τον έλεγχο ενός συστήματος ελαχιστοποιώντας ένα συγκεκριμένο κριτήριο απόδοσης. Αυτή η βελτιστοποίηση επιτυγχάνεται μέσω μιας προσεκτικής εξέτασης της δυναμικής του συστήματος και της επιρροής των εισόδων ελέγχου. Σε αντίθεση με πολλές στρατηγικές ελέγχου που εστιάζουν αποκλειστικά στη σταθερότητα ή την απόδοση παρακολούθησης, το LQR ακολουθεί μια ολοκληρωμένη προσέγγιση, λαμβάνοντας υπόψη τόσο την απόκριση του συστήματος όσο και την προσπάθεια ελέγχου που απαιτείται για την επίτευξη αυτής της απόκρισης.

Ένα βασικό χαρακτηριστικό του LQR είναι η προσαρμοστικότητά του σε διάφορους τύπους συστημάτων, υπό την προϋπόθεση ότι μπορούν να αναπαρασταθούν επαρκώς από γραμμικές εξισώσεις. Αυτή η ευελιξία καθιστά το LQR ένα πολύτιμο εργαλείο στα χέρια των μηχανικών συστημάτων ελέγχου, οι οποίοι μπορούν να το εφαρμόσουν σε μια ποικιλία από προβλήματα του πραγματικού κόσμου.

Η έννοια του "Quadratic" στον Γραμμικό Τετραγωνικό Ρυθμιστή αναφέρεται στη συνάρτηση τετραγωνικού κόστους που το LQR στοχεύει να ελαχιστοποιήσει. Αυτή η συνάρτηση κόστους ενσωματώνει τόσο την απόκλιση της κατάστασης του συστήματος από την επιθυμητή τροχιά (που παρακολουθείται από τον πίνακα στάθμισης Q) όσο και την προσπάθεια που καταβάλλεται για τον έλεγχο του συστήματος (που αντιπροσωπεύεται από τον πίνακα στάθμισης R). Ο συνδυασμός αυτών των παραγόντων οδηγεί σε μια διαδικασία βελτιστοποίησης όπου η είσοδος ελέγχου ρυθμίζεται προσεκτικά για να επιτευχθεί η επιθυμητή συμπεριφορά του συστήματος με ελάχιστη προσπάθεια ελέγχου.

Μία από τις ελκυστικές πτυχές του LQR έγκειται στην απλότητα και την κομψότητά του. Η μεθοδολογία παρέχει έναν συστηματικό τρόπο σχεδιασμού ελεγκτών χωρίς να εμβαθύνουμε σε πολύπλοκες μη γραμμικές δυναμικές. Αυτή η απλότητα όχι μόνο διευκολύνει την εφαρμογή αλλά ενισχύει επίσης τη διαφάνεια της διαδικασίας σχεδιασμού ελέγχου.

Το LQR δεν περιορίζεται σε συγκεκριμένους κλάδους ή εφαρμογές. η δυνατότητα εφαρμογής του εκτείνεται σε διάφορους τομείς. Είτε πρόκειται για τη σταθεροποίηση ενός αεροσκάφους, τον έλεγχο της ταχύτητας ενός κινητήρα ή τη ρύθμιση της θερμοκρασίας μιας βιομηχανικής διαδικασίας, το LQR προσφέρει μια ισχυρή και αποτελεσματική λύση.

Ουσιαστικά, ο έλεγχος του Γραμμικού Τετραγωνικού Ρυθμιστή αφορά την εύρεση της βέλτιστης ισορροπίας στον έλεγχο γραμμικών συστημάτων. Με την έξυπνη ελαχιστοποίηση της αντιστάθμισης μεταξύ της επίτευξης της επιθυμητής συμπεριφοράς του συστήματος και της εξοικονόμησης της προσπάθειας ελέγχου, το LQR αποτελεί μια ευέλικτη και ισχυρή προσέγγιση στον τομέα της μηχανικής συστημάτων ελέγχου.

Στην καρδιά του ελέγχου LQR βρίσκεται ένα σύνολο βασικών αρχών που διέπουν την αποτελεσματικότητα και την ευρεία εφαρμογή του. Μία από τις θεμελιώδεις πτυχές είναι η έννοια της βελτιστοποίησης. Το LQR επιδιώκει να επιτύχει τον βέλτιστο έλεγχο εξισορροπώντας την ανταλλαγή μεταξύ δύο κρίσιμων στόχων: παρακολούθηση μιας επιθυμητής τροχιάς και ελαχιστοποίηση της προσπάθειας ελέγχου.

Η διαδικασία βελτιστοποίησης περιλαμβάνει την προσεκτική επιλογή παραμέτρων εντός του πλαισίου LQR. Αυτές οι παράμετροι περιλαμβάνουν τους πίνακες στάθμισης, που συμβολίζονται ως Q και R, οι οποίοι παίζουν καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της συμπεριφοράς του ελεγκτή. Ο πίνακας Q επηρεάζει τη σημασία που δίνεται στις μεταβλητές κατάστασης του συστήματος στη διαδικασία βελτιστοποίησης, καθοδηγώντας τον ελεγκτή να δώσει προτεραιότητα σε ορισμένες πτυχές της συμπεριφοράς του συστήματος. Από την άλλη πλευρά, ο πίνακας R υπαγορεύει το κόστος που σχετίζεται με την προσπάθεια ελέγχου, διασφαλίζοντας ότι η είσοδος ελέγχου ελαχιστοποιείται.

Ένα από τα βασικά πλεονεκτήματα του LQR είναι η ικανότητά του να χειρίζεται συστήματα με ποικίλες πολυπλοκότητες. Είτε πρόκειται για ένα απλό μηχανικό σύστημα είτε για μια πολύπλοκη βιομηχανική διαδικασία πολλαπλών μεταβλητών, το LQR παρέχει μια ενοποιημένη μεθοδολογία για τη σύνθεση ελεγκτών. Αυτή η προσαρμοστικότητα είναι ζωτικής σημασίας στο συνεχώς εξελισσόμενο τοπίο της μηχανικής, όπου τα συστήματα μπορούν να επιδείξουν ποικίλες δυναμικές και χαρακτηριστικά.

Επιπλέον, ο έλεγχος LQR περιλαμβάνει την έννοια της ανάδρασης. Στα συστήματα ελέγχου, η ανάδραση είναι ένας μηχανισμός που παρακολουθεί συνεχώς την έξοδο του συστήματος και προσαρμόζει την είσοδο ελέγχου για να διατηρήσει ή να επιτύχει την επιθυμητή συμπεριφορά. Το LQR, μέσω της βέλτιστου πίνακα κέρδους ανάδρασης, δίνει τη δυνατότητα στους μηχανικούς να προσαρμόσουν με ακρίβεια την απόκριση του ελεγκτή με βάση την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος. Αυτή η δυναμική προσαρμοστικότητα ενισχύει την ευρωστία της στρατηγικής ελέγχου, επιτρέποντάς της να χειρίζεται αβεβαιότητες και διαταραχές σε εφαρμογές του πραγματικού κόσμου.

Μια άλλη αξιοσημείωτη πτυχή του LQR είναι η εγγενής σύνδεσή του με το πεδίο της θεωρίας βέλτιστου ελέγχου. Ο βέλτιστος έλεγχος επιδιώκει να βρει τις εισόδους ελέγχου που βελτιστοποιούν ένα συγκεκριμένο κριτήριο απόδοσης. Το LQR, ως βέλτιστη στρατηγική ελέγχου, αξιοποιεί τεχνικές μαθηματικής βελτιστοποίησης για να βρει τον πιο αποτελεσματικό τρόπο ελέγχου ενός δεδομένου συστήματος. Αυτή η θεωρητική βάση διασφαλίζει ότι οι ελεγκτές LQR δεν είναι αυθαίρετες λύσεις αλλά μάλλον συστηματικές προσεγγίσεις που βασίζονται σε μαθηματική αυστηρότητα.

Η απλότητα και η διαφάνεια του LQR το καθιστούν μια προτιμώμενη επιλογή για τους μηχανικούς όταν σχεδιάζουν ελεγκτές. Σε αντίθεση με ορισμένες σύνθετες στρατηγικές ελέγχου που μπορεί να είναι δύσκολο να εφαρμοστούν ή να κατανοηθούν, το LQR προσφέρει μια απλή προσέγγιση. Αυτή η απλότητα, ωστόσο, δεν διακυβεύει τη δύναμή του. Αντίθετα, ενισχύει την προσβασιμότητα των βέλτιστων τεχνικών ελέγχου σε ένα ευρύτερο κοινό μηχανικών και ερευνητών.

Επιπλέον, το LQR δεν είναι μια λύση που ταιριάζει σε όλους. Η ευελιξία του αποδεικνύεται μέσω της ικανότητάς του να χειρίζεται διαφορετικούς τύπους συστημάτων, συμπεριλαμβανομένων συστημάτων συνεχούς και διακριτού χρόνου. Αυτή η ευελιξία επιτρέπει στους μηχανικούς να επιλέξουν την κατάλληλη παραλλαγή του LQR ανάλογα με τη φύση του υπό εξέταση συστήματος.

Σε πρακτικούς όρους, η εφαρμογή του LQR εκτείνεται πέρα από την εννοιολογική σφαίρα σε απτά αποτελέσματα σε διάφορους κλάδους. Για παράδειγμα, στον τομέα της αεροδιαστημικής, το LQR έχει χρησιμοποιηθεί για τη σταθεροποίηση αεροσκαφών και διαστημικών σκαφών, διασφαλίζοντας μια ομαλή και ελεγχόμενη πτήση. Στην κατασκευή, η LQR έχει βρει εφαρμογές στη ρύθμιση των διαδικασιών για την επίτευξη βέλτιστων ρυθμών παραγωγής και ποιότητας. Η αυτοκινητοβιομηχανία επωφελείται επίσης από το LQR, όπου χρησιμοποιείται για το σχεδιασμό ελεγκτών για τη δυναμική των οχημάτων και την απόδοση καυσίμου.

Η ευκολία εφαρμογής του LQR ενισχύεται περαιτέρω από τη διαθεσιμότητα εργαλείων όπως το MATLAB, το οποίο παρέχει μια βολική πλατφόρμα για τους μηχανικούς να εφαρμόσουν το LQR στα συστήματά τους. Η εργαλειοθήκη ελέγχου του MATLAB προσφέρει λειτουργίες για τον υπολογισμό των κερδών LQR, την προσομοίωση των αποκρίσεων του συστήματος και την ανάλυση της απόδοσης του ελεγκτή. Αυτή η ενοποίηση με ευρέως χρησιμοποιούμενα εργαλεία απλοποιεί την πρακτική εφαρμογή του LQR, καθιστώντας το πολύτιμο πλεονέκτημα στα χέρια των μηχανικών συστημάτων ελέγχου.

Οι αρχές του ελέγχου LQR περιστρέφονται γύρω από την επιδίωξη της βελτιστοποίησης, την προσαρμοστικότητα σε διαφορετικά συστήματα και την ενσωμάτωση μηχανισμών ανάδρασης. Η απλότητά του, που βασίζεται στη θεωρία βέλτιστου ελέγχου, ενισχύει την εφαρμογή του σε διάφορους κλάδους. Ο πραγματικός αντίκτυπος του LQR είναι εμφανής στην επιτυχημένη εφαρμογή του για τη σταθεροποίηση, τη ρύθμιση και τη βελτιστοποίηση συστημάτων στον τομέα της αεροδιαστημικής, της κατασκευής και της αυτοκινητοβιομηχανίας. Ως μια ευέλικτη και ισχυρή στρατηγική ελέγχου, το LQR συνεχίζει να διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στην προώθηση του τομέα της μηχανικής συστημάτων ελέγχου.

2.1.1 Έλεγχος LQR

Ο έλεγχος Γραμμικού Τετραγωνικού Ρυθμιστή (LQR) είναι μια εξελιγμένη μέθοδος που χρησιμοποιείται για τον σχεδιασμό βέλτιστων ελεγκτών για γραμμικά συστήματα αμετάβλητα στο χρόνο. Τα μαθηματικά θεμέλια του LQR περιλαμβάνουν τις αρχές της θεωρίας βέλτιστου ελέγχου, η οποία επιδιώκει να ελαχιστοποιήσει μια συνάρτηση κόστους ενώ ικανοποιεί τη δυναμική του συστήματος. Ας εμβαθύνουμε στις μαθηματικές βάσεις του LQR για να αποκτήσουμε μια ολοκληρωμένη κατανόηση. [6]

Αναπαράσταση State-Space

Το σημείο εκκίνησης του LQR είναι η αναπαράσταση του συστήματος σε μορφή κατάστασης χώρου. Εξετάστε ένα γραμμικό σύστημα αμετάβλητο στο χρόνο που περιγράφεται από τις ακόλουθες εξισώσεις κατάστασης-χώρου:

$\dot{x}=Ax+Bu$ *(Εξ. 2.1)*

$y=Cx$ *(Εξ. 2.2)*

Εδώ, το x αντιπροσωπεύει το διάνυσμα κατάστασης, το u είναι η είσοδος ελέγχου, το y είναι η έξοδος, το A είναι ο πίνακας του συστήματος, ο B είναι ο πίνακας εισόδου και ο C είναι ο πίνακας εξόδου.

Cost Function

Ο στόχος του LQR είναι να ελαχιστοποιήσει μια τετραγωνική συνάρτηση κόστους, που συχνά εκφράζεται ως αναπόσπαστο με την πάροδο του χρόνου.

Η συνάρτηση κόστους ορίζεται ως εξής:

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u)\, dt \qquad \text{(Εξ. 2.3)}$$

Το Q είναι ένας θετικός καθορισμένος πίνακας στάθμισης που σχετίζεται με τις μεταβλητές κατάστασης και το R είναι ένας θετικός καθορισμένος πίνακας στάθμισης που σχετίζεται με την προσπάθεια ελέγχου. Η επιλογή των Q και R επηρεάζει την αντιστάθμιση μεταξύ της απόδοσης παρακολούθησης και της προσπάθειας ελέγχου.

State-Feedback

Η βέλτιστη είσοδος ελέγχου u∗ λαμβάνεται ελαχιστοποιώντας τη συνάρτηση κόστους. Εισάγοντας έναν πίνακα ανατροφοδότησης κατάστασης K, η βέλτιστη είσοδος ελέγχου μπορεί να εκφραστεί ως

$u^* = -Kx$ (Εξ. 2.4)

Ο πίνακας K προσδιορίζεται λύνοντας την αλγεβρική εξίσωση Riccati συνεχούς χρόνου:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \qquad \text{(Εξ. 2.5)}$$

Εδώ, το P είναι ένας θετικός καθορισμένος πίνακας, γνωστός ως λύση της εξίσωσης Riccati. Ο βέλτιστος πίνακας κέρδους ανάδρασης K υπολογίζεται στη συνέχεια ως

$$K = R^{-1}B^T P. \qquad \text{(Εξ. 2.6)}$$

Closed-Loop System

Εφαρμόζοντας τον έλεγχο ανατροφοδότησης κατάστασης, η δυναμική του συστήματος κλειστού βρόχου γίνεται:

$$\dot{x}_c = (A - BK)x_c \quad \text{(Εξ. 2.7)}$$

x_c αντιπροσωπεύει το διάνυσμα κατάστασης κλειστού βρόχου. Το σύστημα κλειστού βρόχου είναι εγγενώς σταθερό εάν τα πραγματικά μέρη των ιδιοτιμών του A-BK είναι αρνητικό.

Η χρήση του LQR παρέχει πολλά πλεονεκτήματα. Πρώτον, καταλήγει σε έναν νόμο ελέγχου ανάδρασης που ελαχιστοποιεί την καθορισμένη συνάρτηση κόστους, προσφέροντας μια βέλτιστη λύση. Δεύτερον, το LQR εξισορροπεί εγγενώς την αντιστάθμιση μεταξύ της επίτευξης της επιθυμητής συμπεριφοράς του συστήματος (που καταγράφεται από το Q) και της ελαχιστοποίησης της προσπάθειας ελέγχου (που καταγράφεται από το R). Αυτή η ισορροπία οδηγεί σε ελεγκτές που δεν είναι μόνο αποτελεσματικοί αλλά και αποδοτικοί.

Το LQR μπορεί να κατηγοριοποιηθεί με βάση τη φύση του συστήματος και τις συγκεκριμένες απαιτήσεις ελέγχου. Δύο κύριες κατηγορίες είναι το LQR συνεχούς χρόνου (CLQR) και το LQR διακριτού χρόνου (DLQR). Το CLQR εφαρμόζεται σε συστήματα συνεχούς χρόνου, ενώ το DLQR είναι προσαρμοσμένο για συστήματα διακριτού χρόνου. Επιπλέον, το LQR μπορεί να επεκταθεί για να χειριστεί προβλήματα περιορισμένου ελέγχου, με αποτέλεσμα Περιορισμένο LQR (CLQI) όπου οι είσοδοι ελέγχου τηρούν ορισμένα όρια.

Το LQR βρίσκει σημαντική χρησιμότητα στον έλεγχο συστημάτων δεύτερης τάξης. Αυτά τα συστήματα, που χαρακτηρίζονται από έναν διπλό πόλο στη συνάρτηση μεταφοράς, είναι κοινά σε εφαρμογές μηχανικής. Επιλέγοντας κατάλληλα τα Q και R, το LQR μπορεί να διαμορφώσει την απόκριση του συστήματος, δίνοντας έμφαση στην ακρίβεια παρακολούθησης, ελαχιστοποιώντας το χρόνο καθίζησης ή μειώνοντας την υπέρβαση. Η ευελιξία του LQR το καθιστά πολύτιμο εργαλείο για την προσαρμογή λύσεων ελέγχου ώστε να πληρούν συγκεκριμένα κριτήρια απόδοσης σε συστήματα δεύτερης τάξης.

Η πρακτική εφαρμογή του LQR διευκολύνεται από εργαλεία όπως το MATLAB. Η εργαλειοθήκη ελέγχου στο MATLAB παρέχει λειτουργίες για τον υπολογισμό των κερδών LQR, την προσομοίωση των αποκρίσεων του συστήματος και την ανάλυση της απόδοσης του ελεγκτή. Οι μηχανικοί μπορούν να ορίσουν τους πίνακες του συστήματος, να καθορίσουν τους πίνακες στάθμισης και να χρησιμοποιήσουν τη συνάρτηση lqr για να υπολογίσουν τον βέλτιστο πίνακα κέρδους ανάδρασης K. Ο έλεγχος LQR, βασισμένος στη θεωρία βέλτιστου ελέγχου και τη μαθηματική βελτιστοποίηση, προσφέρει μια συστηματική προσέγγιση στο σχεδιασμό ελεγκτών για γραμμικά χρονικά αμετάβλητα συστήματα. Αντιμετωπίζοντας την αντιστάθμιση μεταξύ της απόδοσης του συστήματος και της προσπάθειας ελέγχου, το LQR παρέχει μια κομψή και ισχυρή λύση που μπορεί να εφαρμοστεί σε διάφορους τομείς μηχανικής. Οι μαθηματικές διατυπώσεις, συμπεριλαμβανομένης της αναπαράστασης χώρου κατάστασης, της συνάρτησης κόστους και της εξίσωσης Riccati, θέτουν τις βάσεις για την κατανόηση των περιπλοκών του ελέγχου LQR και της πρακτικής εφαρμογής του.

2.1.2 Πλεονεκτήματα

Ο έλεγχος Γραμμικού Τετραγωνικού Ρυθμιστή (LQR) είναι μια ισχυρή και ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική για τον έλεγχο γραμμικών χρονοαμετάβλητων συστημάτων. Είναι ιδιαίτερα δημοφιλές για συστήματα δεύτερης τάξης λόγω πολλών πλεονεκτημάτων.

Βέλτιστος έλεγχος:

Το LQR στοχεύει να βρει έναν νόμο ελέγχου που ελαχιστοποιεί μια τετραγωνική συνάρτηση κόστους με την πάροδο του χρόνου. Για συστήματα δεύτερης τάξης, η συνάρτηση τετραγωνικού κόστους καταγράφει φυσικά την επιθυμία να ελαχιστοποιηθούν οι αποκλίσεις από την επιθυμητή κατάσταση, τιμωρώντας παράλληλα την προσπάθεια ελέγχου. Αυτό οδηγεί σε μια βέλτιστη στρατηγική ελέγχου που εξισορροπεί την ανταλλαγή μεταξύ της παρακολούθησης της επιθυμητής τροχιάς και της αποτελεσματικής χρήσης της προσπάθειας ελέγχου.

Λύση κλειστού βρόχου:

Το LQR παρέχει μια λύση κλειστού βρόχου στο πρόβλημα ελέγχου για γραμμικά συστήματα. Αυτό απλοποιεί τη διαδικασία υλοποίησης και επιτρέπει αποτελεσματικούς υπολογισμούς, καθιστώντας τον πρακτικό για εφαρμογές σε πραγματικό χρόνο. Η αναλυτική λύση για το LQR είναι ιδιαίτερα πλεονεκτική για συστήματα δεύτερης τάξης, γεγονός που καθιστά εύκολο τον υπολογισμό των κερδών ελέγχου.

Σταθερότητα:

Ο έλεγχος LQR συνήθως οδηγεί σε ένα σταθερό σύστημα κλειστού βρόχου. Η σταθερότητα είναι ζωτικής σημασίας για την απόδοση ενός συστήματος ελέγχου, διασφαλίζοντας ότι οι αποκλίσεις από την επιθυμητή τροχιά δεν οδηγούν σε απεριόριστη συμπεριφορά ή αστάθεια.

Εύκολος συντονισμός:

Ο έλεγχος LQR περιλαμβάνει συντονισμό δύο βασικών παραμέτρων: τους πίνακες στάθμισης κατάστασης και ελέγχου. Αυτοί οι πίνακες επιτρέπουν στους μηχανικούς να προσαρμόσουν την αντιστάθμιση μεταξύ της απόδοσης παρακολούθησης και της προσπάθειας ελέγχου. Η απλότητα αυτής της διαδικασίας συντονισμού καθιστά το LQR ελκυστικό για συστήματα δεύτερης τάξης όπου η δυναμική χαρακτηρίζεται καλά.

Ευελιξία:

Το LQR μπορεί να εφαρμοστεί όχι μόνο σε συστήματα δεύτερης τάξης αλλά και σε συστήματα ανώτερης τάξης. Η ευελιξία του το καθιστά πολύτιμο εργαλείο σε διάφορες εφαρμογές μηχανικής, όπως η ρομποτική, η αεροδιαστημική και ο έλεγχος διεργασιών.

Μείωση θορύβου:

Το LQR αντιπροσωπεύει φυσικά τις διαταραχές και τον θόρυβο στο σύστημα ενσωματώνοντας έναν πίνακα συνδιακύμανσης κατάστασης. Αυτό βοηθά στο σχεδιασμό ελεγκτών που είναι ανθεκτικοί σε αβεβαιότητες και εξωτερικές διαταραχές.

2.2 Παραδείγματα με LQR

2.2.1 Πλοήγηση ενός οχήματος ρομπότ

Σε αυτό το παράδειγμα, θα διερευνήσουμε την εφαρμογή του ελέγχου Γραμμικού Τετραγωνικού Ρυθμιστή (LQR) στην πλοήγηση ενός οχήματος ρομπότ. Ο στόχος είναι να σχεδιαστεί ένας βέλτιστος ελεγκτής που να επιτρέπει στο ρομπότ να παρακολουθεί μια επιθυμητή τροχιά ελαχιστοποιώντας την προσπάθεια ελέγχου.

Ας εξετάσουμε ένα απλό όχημα ρομπότ που κινείται σε ένα δισδιάστατο αεροπλάνο. Η κατάσταση του συστήματος ορίζεται από τη θέση και την ταχύτητα του ρομπότ, που συμβολίζεται ως

$$x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \quad \text{(Εξ. 2.8)}$$

Όπου x_1, και x_2 αντιπροσωπεύουν τις θέσεις x και y, και x_3, και x_4 αντιπροσωπεύουν τις ταχύτητες στις κατευθύνσεις x και y, αντίστοιχα.

Η δυναμική του ρομπότ μπορεί να περιγραφεί από το ακόλουθο γραμμικό σύστημα συνεχούς χρόνου:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{(Εξ. 2.9)}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.1 \end{bmatrix}$$
$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Το διάνυσμα εισόδου

$$u = [u_1, u_2]^T \qquad \text{(Εξ. 2.10)}$$

αντιπροσωπεύει τις εισόδους ελέγχου, όπου u_1, u_2, είναι οι δυνάμεις ελέγχου που εφαρμόζονται στις κατευθύνσεις x και y, αντίστοιχα.

Λειτουργία κόστους:

Για να εφαρμόσουμε τον έλεγχο LQR, πρέπει να ορίσουμε μια συνάρτηση κόστους που να καταγράφει τους στόχους ελέγχου μας. Σε αυτήν την περίπτωση, θέλουμε το ρομπότ να παρακολουθεί μια επιθυμητή τροχιά, ελαχιστοποιώντας ταυτόχρονα την προσπάθεια ελέγχου. Η συνάρτηση κόστους δίνεται από:

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u)\, dt \qquad \text{(Εξ. 2.11)}$$

Όπου τα Q και R είναι θετικοί καθορισμένοι πίνακες στάθμισης. Για αυτό το παράδειγμα, θα επιλέξουμε Q και R ως εξής:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$$
$$R = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

Αυτοί οι πίνακες επηρεάζουν την αντιστάθμιση μεταξύ της απόδοσης παρακολούθησης και της προσπάθειας ελέγχου.

Επίλυση της εξίσωσης Riccati:

Το επόμενο βήμα είναι να λυθεί η αλγεβρική εξίσωση Riccati συνεχούς χρόνου για να βρεθεί ο βέλτιστος πίνακας κέρδους ανάδρασης K. Η εξίσωση Riccati δίνεται από:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$ -(Εξ. 2.12)

Όπου P είναι θετικός καθορισμένος πίνακας. Η συνάρτηση \texttt{care} του MATLAB μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επίλυση αυτής της εξίσωσης. Ο βέλτιστος πίνακας κέρδους ανάδρασης

Στη συνέχεια το K υπολογίζεται ως

K = R \ (B' * P)   (Εξ. 2.13)

Ο ελεγκτής LQR υλοποιείται χρησιμοποιώντας την αναπαράσταση κατάστασης ανάδρασης:

$$u = -Kx$$ (Εξ. 2.14)

Τώρα, ας προσομοιώσουμε την κίνηση του οχήματος ρομπότ χρησιμοποιώντας τον ελεγκτή LQR στο MATLAB:

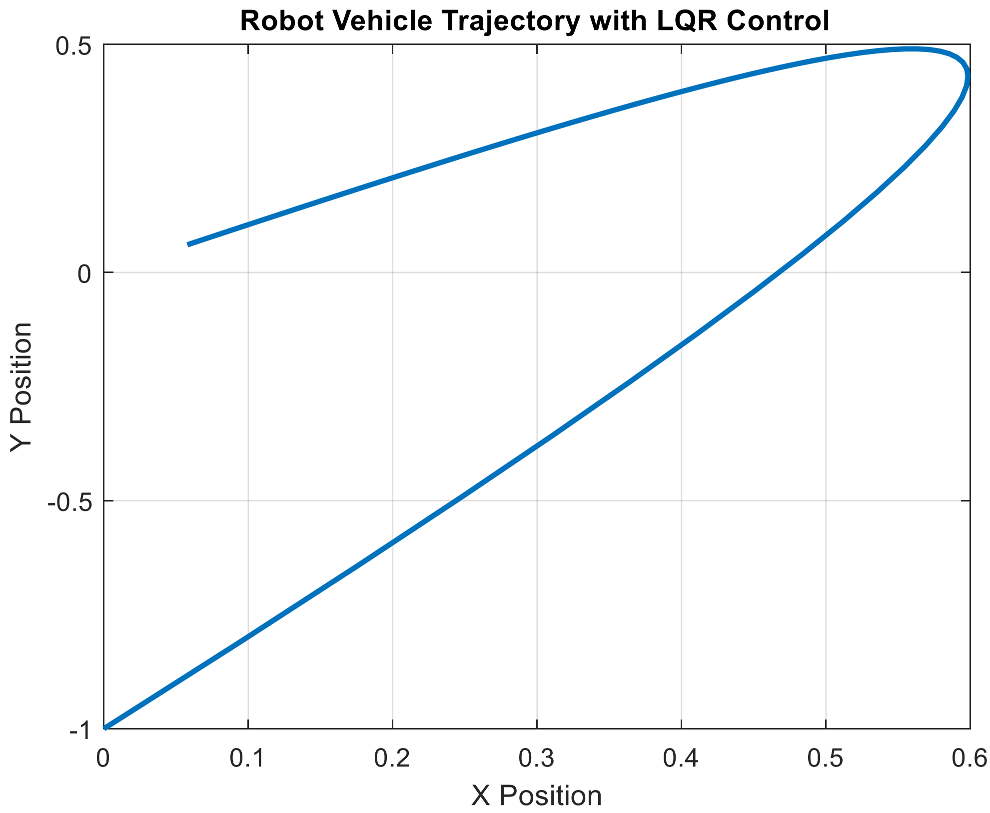
```
% Define system matrices

A = [0 0 1 0; 0 0 0 1; 0 0 -0.1 0; 0 0 0 -0.1];

B = [0 0; 0 0; 0.1 0; 0 0.1];


% Define weighting matrices

Q = diag([1, 1, 10, 10]);

R = 0.1 * eye(2);


% Solve the continuous-time algebraic Riccati equation

P = care(A, B, Q, R);


% Compute the optimal feedback gain matrix K

K = R \ (B' * P);
```

```
% Simulation parameters
tspan = 0:0.1:10;  % Simulation time span
x0 = [0; 0; 0; 0];  % Initial state

% Simulate the system with LQR control
[t, x] = ode45(@(t, x) (A - B * K) * x, tspan, x0);

% Plot the trajectory of the robot
figure;
plot(x(:, 1), x(:, 2), 'LineWidth', 2);
xlabel('X Position');
ylabel('Y Position');
title('Robot Vehicle Trajectory with LQR Control');
grid on;
```

Αυτός ο κώδικας MATLAB χρησιμοποιεί τη λύση \texttt{ode45} για να προσομοιώσει την κίνηση του ρομπότ με την πάροδο του χρόνου με τον ελεγκτή LQR. Η προκύπτουσα τροχιά δείχνει την αποτελεσματικότητα του LQR στην καθοδήγηση του ρομπότ να ακολουθήσει μια επιθυμητή διαδρομή, ελαχιστοποιώντας ταυτόχρονα την προσπάθεια ελέγχου.

Ανάλυση και Αποτελέσματα:

Η γραφική παράσταση της τροχιάς δείχνει πώς ο ελεγκτής LQR καθοδηγεί με επιτυχία το όχημα ρομπότ για να παρακολουθήσει μια επιθυμητή τροχιά. Οι πίνακες στάθμισης Q και R επηρεάζουν τη συμπεριφορά του ελεγκτή, επιτρέποντας στους μηχανικούς να προσαρμόσουν την απόκριση του συστήματος ώστε να πληροί συγκεκριμένες απαιτήσεις.



Εικόνα 2.1: Γραφική παράσταση της τροχιάς δείχνει πώς ο ελεγκτής LQR καθοδηγεί με επιτυχία το όχημα ρομπότ

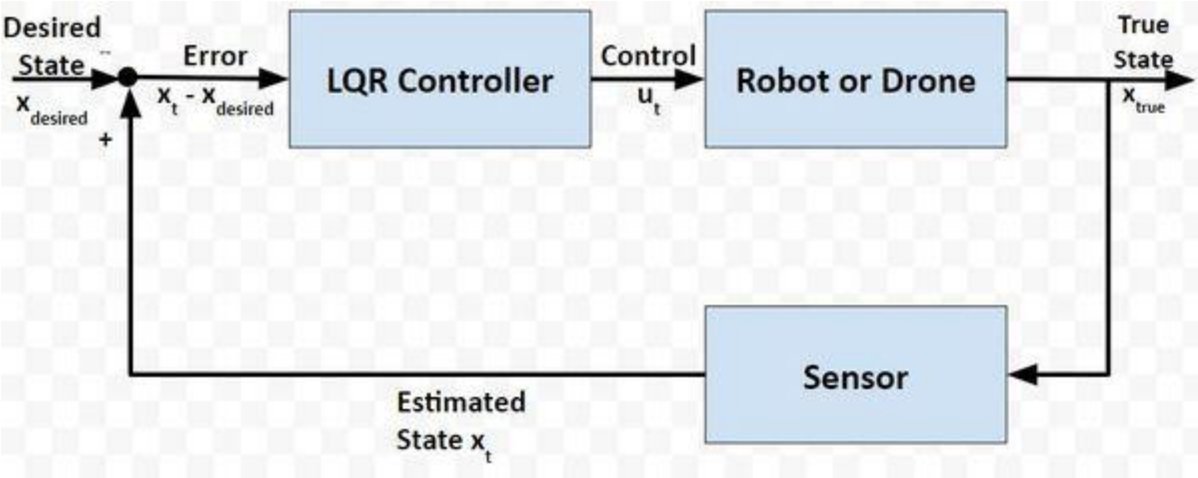
Για
```
x0 = [0; -1; 1; 2];
```

Επιπλέον, η προσπάθεια ελέγχου ελαχιστοποιείται, όπως αποδεικνύεται από την ομαλή και ακριβή παρακολούθηση της τροχιάς. Ο βέλτιστος πίνακας κέρδους ανάδρασης K διαδραματίζει κρίσιμο ρόλο στην επίτευξη αυτής της ισορροπίας, διασφαλίζοντας ότι οι είσοδοι ελέγχου εφαρμόζονται με σύνεση για την επίτευξη της επιθυμητής απόδοσης.

Αυτό το παράδειγμα καταδεικνύει την πρακτική εφαρμογή του ελέγχου LQR στην πλοήγηση ενός ρομποτικού οχήματος. Αξιοποιώντας τις τεχνικές μαθηματικής βελτιστοποίησης, το LQR παρέχει μια βέλτιστη στρατηγική ελέγχου που είναι αποτελεσματική, αποδοτική και ευέλικτη. Η υλοποίηση του MATLAB δείχνει την ευκολία με την οποία οι μηχανικοί μπορούν να σχεδιάσουν και να προσομοιώσουν ελεγκτές LQR για συστήματα πραγματικού κόσμου, καθιστώντας το ένα πολύτιμο εργαλείο στον τομέα της μηχανικής συστημάτων ελέγχου. [7-9]

2.2.2 Σταθεροποίηση ενός drone

Για το drone, θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε το σφάλμα μεταξύ του επιθυμητού υψομέτρου του drone και του πραγματικού ύψους του drone.



Εικόνα 2.2: LQR control διάγραμμα [10]

Το drone βρίσκεται σε μια συνεχή διαδικασία ανίχνευσης της κατάστασης του συστήματος και στη συνέχεια παραγωγής των καλύτερων δυνατών εντολών ελέγχου για να ελαχιστοποιηθεί η διαφορά μεταξύ της επιθυμητής κατάστασης x_t επιθυμητή και της πραγματικής κατάστασης.

Ο στόχος σε κάθε χρονικό βήμα (το drone αιωρείται στον αέρα) είναι να χρησιμοποιηθεί η ανάδραση του αισθητήρα για να οδηγήσει το σφάλμα κατάστασης στο 0, όπου:

Σφάλμα κατάστασης = $x_t - x_{desired}$ (Εξ. 2.16)

Ο σκοπός του LQR είναι να υπολογίσει τις βέλτιστες εισόδους ελέγχου u_{t-1} (δηλαδή κινητήρες για προπέλες ενός drone) που ελαχιστοποιούν το «cost».

Το LQR έχει να κάνει με τη συνάρτηση κόστους. Είναι μαθηματικά για να καταλήξουμε σε μια συνάρτηση που εκφράζει ένα "κόστος" που είναι συνάρτηση τόσο του σφάλματος κατάστασης όσο και της προσπάθειας ενεργοποιητή.

Ο στόχος του LQR είναι να ελαχιστοποιήσει το «κόστος» του σφάλματος κατάστασης, ελαχιστοποιώντας ταυτόχρονα το «κόστος» της προσπάθειας του ενεργοποιητή.

Όσο υψηλότερος είναι ο όρος σφάλματος κατάστασης, τόσο υψηλότερο είναι το συνολικό κόστος.

Όσο υψηλότερος είναι ο χρόνος προσπάθειας του ενεργοποιητή, τόσο υψηλότερο είναι το συνολικό κόστος.

Το LQR καθορίζει το σημείο κατά μήκος της καμπύλης κόστους όπου η «συνάρτηση κόστους» ελαχιστοποιείται…εξισορροπώντας έτσι και τους δύο στόχους διατήρησης του σφάλματος κατάστασης και της προσπάθειας του ενεργοποιητή ελαχιστοποιημένα.

Το Q ονομάζεται πίνακας κόστους κατάστασης. Το Q μας βοηθά να σταθμίσουμε τη σχετική σημασία κάθε κατάστασης στο διάνυσμα κατάστασης (δηλαδή [x σφάλμα, y σφάλμα, σφάλμα γωνίας εκτροπής]).

Το Q είναι ένας τετράγωνος πίνακας που έχει τον ίδιο αριθμό γραμμών και στηλών με τις καταστάσεις.

Το Q τιμωρεί την κακή απόδοση (π.χ. τιμωρεί μεγάλες διαφορές μεταξύ του σημείου που θέλετε να βρίσκεται το ρομπότ έναντι του σημείου που πραγματικά βρίσκεται στον κόσμο)

Το Q έχει θετικές τιμές κατά μήκος της διαγωνίου και μηδενικά αλλού.

Το Q μας δίνει τη δυνατότητα να στοχεύσουμε καταστάσεις όπου θέλουμε χαμηλό σφάλμα κάνοντας την αντίστοιχη τιμή του Q μεγάλη.

Ομοίως, το R είναι ο πίνακας κόστους εισόδου. Αυτός ο πίνακας φρενάρει την προσπάθεια του ενεργοποιητή (δηλαδή την περιστροφή των κινητήρων στους τροχούς).

Ο πίνακας R έχει τον ίδιο αριθμό σειρών με τις εισόδους ελέγχου και τον ίδιο αριθμό στηλών με τις εισόδους ελέγχου.

Κεφάλαιο 3ο: Τεχνολογία και εργαλεία

3.1 Matlab

Το Matlab, συντομογραφία του Matrix Laboratory, είναι ένα ισχυρό περιβάλλον προγραμματισμού και μια πλατφόρμα αριθμητικών υπολογιστών που έχει γίνει ένα απαραίτητο εργαλείο σε διάφορους επιστημονικούς, μηχανικούς και ακαδημαϊκούς τομείς. Αναπτύχθηκε από τη MathWorks, το Matlab παρέχει ένα ευέλικτο και φιλικό προς τον χρήστη περιβάλλον για την εκτέλεση ενός ευρέος φάσματος εργασιών, όπως ανάλυση δεδομένων, ανάπτυξη αλγορίθμων, προσομοίωση, μοντελοποίηση και εφαρμογή πολύπλοκων μαθηματικών και υπολογιστικών διαδικασιών.[11]

Οι ρίζες του Matlab ανάγονται στα τέλη της δεκαετίας του 1970, όταν ο Cleve Moler, επιστήμονας υπολογιστών και μαθηματικός, αναζήτησε έναν τρόπο να διευκολύνει τον υπολογισμό πίνακα για τους μαθητές του. Η πρώτη έκδοση του Matlab δημιουργήθηκε τη δεκαετία του 1980 και με τα χρόνια, έχει εξελιχθεί σε μια ολοκληρωμένη γλώσσα προγραμματισμού και διαδραστικό περιβάλλον. Σήμερα, το Matlab χρησιμοποιείται ευρέως στον ακαδημαϊκό χώρο, τη βιομηχανία και την έρευνα για την ευρεία εφαρμογή του και το εκτεταμένο σύνολο ενσωματωμένων λειτουργιών του.

Βασικά χαρακτηριστικά του Matlab:

Λειτουργίες βασισμένες σε πίνακα:

Στον πυρήνα της λειτουργικότητας του Matlab είναι η υποστήριξή του για λειτουργίες matrix. Το Matlab απλοποιεί πολύπλοκους μαθηματικούς υπολογισμούς αναπαραστώντας δεδομένα και πράξεις ως πίνακες, καθιστώντας το ιδιαίτερα κατάλληλο για γραμμική άλγεβρα και αριθμητική ανάλυση.

Γλώσσα προγραμματισμού:

Το Matlab είναι εξοπλισμένο με τη δική του γλώσσα προγραμματισμού, η οποία διευκολύνει τη δημιουργία σεναρίων και λειτουργιών. Η γλώσσα είναι εύκολη στην εκμάθηση και στη χρήση, με σύνταξη παρόμοια με τις παραδοσιακές γλώσσες προγραμματισμού, καθιστώντας την προσβάσιμη σε χρήστες με διαφορετικά επίπεδα εμπειρίας προγραμματισμού.

Ενσωματωμένες Λειτουργίες και Εργαλειοθήκες:

Ένα από τα δυνατά σημεία της Matlab έγκειται στην εκτενή βιβλιοθήκη με ενσωματωμένες λειτουργίες και εργαλειοθήκες. Αυτές οι προκατασκευασμένες λειτουργίες καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, από την επεξεργασία σήματος και την ανάλυση εικόνας έως τα συστήματα ελέγχου και τη μηχανική εκμάθηση. Οι εργαλειοθήκες επεκτείνουν τη βασική λειτουργικότητα του Matlab, επιτρέποντας στους χρήστες να έχουν πρόσβαση σε εξειδικευμένα εργαλεία για τις συγκεκριμένες ανάγκες τους.

Διαδραστικό περιβάλλον:

Το Matlab παρέχει ένα διαδραστικό περιβάλλον που επιτρέπει στους χρήστες να εκτελούν εντολές και να βλέπουν άμεσα αποτελέσματα. Αυτή η διαδραστικότητα είναι ιδιαίτερα πολύτιμη για την εξερεύνηση δεδομένων, τη δοκιμή αλγορίθμων και την επαναληπτική βελτίωση του κώδικα.

Γραφικά και οπτικοποίηση:

Η οπτικοποίηση είναι μια βασική πτυχή της ανάλυσης και της προσομοίωσης δεδομένων. Το Matlab προσφέρει ισχυρά εργαλεία για τη δημιουργία 2D και 3D γραφημάτων, γραφημάτων και γραφημάτων. Αυτή η ικανότητα βοηθά τους ερευνητές και τους μηχανικούς να ερμηνεύουν και να κοινοποιούν αποτελεσματικά τα ευρήματά τους.

Simulink:

Το Simulink είναι ένα γραφικό περιβάλλον ενσωματωμένο στο Matlab, σχεδιασμένο για μοντελοποίηση, προσομοίωση και ανάλυση δυναμικών συστημάτων πολλαπλών τομέων. Χρησιμοποιείται ευρέως σε συστήματα ελέγχου, επεξεργασία σήματος και άλλους κλάδους μηχανικής.

Εφαρμογές του Matlab:

Μηχανική και Φυσική:

Το Matlab χρησιμοποιείται ευρέως σε κλάδους μηχανικής για εργασίες όπως η μοντελοποίηση συστημάτων, ο σχεδιασμός ελέγχου, η επεξεργασία σήματος και η επεξεργασία εικόνας. Η ικανότητά του να χειρίζεται πολύπλοκες μαθηματικές πράξεις και προσομοιώσεις το καθιστά ένα ανεκτίμητο εργαλείο για μηχανικούς και φυσικούς.

Ανάλυση δεδομένων και στατιστικά στοιχεία:

Σε τομείς όπως τα χρηματοοικονομικά, η βιολογία και οι κοινωνικές επιστήμες, η ανάλυση δεδομένων και οι στατιστικές ικανότητες του Matlab έχουν μεγάλη εκτίμηση. Οι ερευνητές αξιοποιούν τη λειτουργικότητά του για την επεξεργασία, την ανάλυση και την οπτικοποίηση μεγάλων συνόλων δεδομένων.

Ακαδημαϊκή έρευνα:

Το Matlab είναι ένα διαδεδομένο εργαλείο στην ακαδημαϊκή έρευνα σε διάφορους κλάδους. Οι ερευνητές το χρησιμοποιούν για τη δημιουργία πρωτοτύπων αλγορίθμων, τη διεξαγωγή προσομοιώσεων και την ανάλυση πειραματικών δεδομένων λόγω της ευελιξίας και της αποτελεσματικότητάς του.

Machine Learning και AI:

Με την αυξανόμενη προβολή της μηχανικής μάθησης και της τεχνητής νοημοσύνης, το Matlab έχει προσαρμοστεί ώστε να περιλαμβάνει εργαλειοθήκες ειδικά σχεδιασμένες για αυτούς τους τομείς. Υποστηρίζει εργασίες όπως ταξινόμηση, παλινδρόμηση, ομαδοποίηση και βαθιά μάθηση.

Συστήματα Επικοινωνίας:

Το Matlab χρησιμοποιείται ευρέως στο σχεδιασμό και την ανάλυση συστημάτων επικοινωνίας. Οι δυνατότητες προσομοίωσής του είναι καθοριστικές για την κατανόηση και τη βελτιστοποίηση της απόδοσης πρωτοκόλλων και συστημάτων επικοινωνίας.

Χρηματοοικονομική Μοντελοποίηση:

Ο χρηματοοικονομικός κλάδος βασίζεται στο Matlab για εργασίες όπως ανάλυση κινδύνου, βελτιστοποίηση χαρτοφυλακίου και αλγοριθμικές συναλλαγές. Οι μαθηματικές του δυνατότητες είναι κατάλληλες για τη μοντελοποίηση σύνθετων οικονομικών σεναρίων.

Το Matlab στέκεται ως πυλώνας στη σφαίρα της υπολογιστικής και αριθμητικής ανάλυσης, προσφέροντας μια ολοκληρωμένη σειρά εργαλείων για μια ποικιλία εφαρμογών. Η εξέλιξή του από ένα εργαλείο υπολογισμού πίνακα σε ένα πλήρες προγραμματιστικό περιβάλλον αντανακλά την προσαρμοστικότητα και τη συνάφειά του στο συνεχώς διευρυνόμενο τοπίο των επιστημονικών και μηχανικών κλάδων. Είτε χρησιμοποιείται για ακαδημαϊκή έρευνα, βιομηχανικές εφαρμογές ή ανάλυση δεδομένων, το Matlab συνεχίζει να ενδυναμώνει τους χρήστες με μια ευέλικτη και αποτελεσματική πλατφόρμα για την αντιμετώπιση σύνθετων υπολογιστικών προκλήσεων. Καθώς η τεχνολογία προχωρά, ο ρόλος του Matlab είναι πιθανό να διευρυνθεί, ενισχύοντας περαιτέρω την κατάστασή του ως ακρογωνιαίο λίθο στην εργαλειοθήκη των επαγγελματιών και των ερευνητών παγκοσμίως.

Matlab και συστήματα ελέγχου

Τα συστήματα ελέγχου είναι απαραίτητα στη μηχανική και σε διάφορους άλλους τομείς για τη ρύθμιση και τη διαχείριση της συμπεριφοράς των δυναμικών συστημάτων. Το MATLAB, ένα ισχυρό περιβάλλον αριθμητικών υπολογιστών, παρέχει ένα πλούσιο σύνολο εργαλείων για το σχεδιασμό, την προσομοίωση και την εφαρμογή συστημάτων ελέγχου. Σε αυτόν τον περιεκτικό οδηγό, θα διερευνήσουμε πώς να αξιοποιήσουμε το MATLAB για τη δημιουργία συστημάτων ελέγχου, καλύπτοντας βασικές έννοιες, εργαλεία και τεχνικές.

Προτού εμβαθύνουμε σε λειτουργίες που σχετίζονται με το MATLAB, είναι σημαντικό να κατανοήσουμε τις θεμελιώδεις έννοιες των συστημάτων ελέγχου. Ένα σύστημα ελέγχου αποτελείται συνήθως από ένα σύνολο εξαρτημάτων που συνεργάζονται για να επιτύχουν την επιθυμητή έξοδο χειρίζοντας την είσοδο του συστήματος. Αυτά τα εξαρτήματα περιλαμβάνουν αισθητήρες, ελεγκτές, ενεργοποιητές και το ίδιο το σύστημα. Το MATLAB διευκολύνει την ανάλυση και το σχεδιασμό συστημάτων ελέγχου παρέχοντας μια ευέλικτη πλατφόρμα για τη μοντελοποίηση και την προσομοίωση δυναμικών συμπεριφορών.

Μοντελοποίηση Δυναμικών Συστημάτων στο MATLAB

Το πρώτο βήμα στο σχεδιασμό ενός συστήματος ελέγχου είναι η δημιουργία ενός μαθηματικού μοντέλου του υπό εξέταση δυναμικού συστήματος. Το MATLAB προσφέρει διάφορες προσεγγίσεις σε συστήματα μοντέλων, συμπεριλαμβανομένων των συναρτήσεων μεταφοράς, των αναπαραστάσεων του χώρου καταστάσεων και των διατυπώσεων κέρδους μηδενικού πόλου. Για παράδειγμα, το μπλοκ Transfer Function στο MATLAB Simulink επιτρέπει στους χρήστες να εισάγουν απευθείας τους συντελεστές συνάρτησης μεταφοράς, επιτρέποντας γρήγορη και διαισθητική μοντελοποίηση συστήματος.

```
numerator = [1];

denominator = [1, 2, 1];

sys_tf = tf(numerator, denominator);
```

Γραμμικά αμετάβλητα χρονικά συστήματα (LTI) - Linear Time-Invariant (LTI) Systems::

Τα περισσότερα συστήματα ελέγχου υποτίθεται ότι είναι γραμμικά αμετάβλητα στον χρόνο (LTI), που σημαίνει ότι η συμπεριφορά τους δεν αλλάζει με το χρόνο και εμφανίζει γραμμικότητα. Το Control System Toolbox της MATLAB είναι μια αποκλειστική εργαλειοθήκη για το χειρισμό συστημάτων LTI. Παρέχει λειτουργίες για το χειρισμό συναρτήσεων μεταφοράς, μοντέλων χώρου καταστάσεων και αναπαραστάσεων κέρδους μηδενικού πόλου.

```
A = [-1 -2; 3 -4];

B = [1; 0];

C = [0 1];

D = 0;

sys_ss = ss(A, B, C, D);
```

Σχεδιασμός ελεγκτών:

Το MATLAB προσφέρει μια σειρά εργαλείων για το σχεδιασμό ελεγκτών, από κλασικούς ελεγκτές PID έως προηγμένους ελεγκτές κατάστασης χώρου. Η εργαλειοθήκη συστήματος ελέγχου παρέχει λειτουργίες όπως pid, tf και ss για τη δημιουργία ελεγκτών PID, ελεγκτών συναρτήσεων μεταφοράς και ελεγκτών χώρου κατάστασης, αντίστοιχα.

```
% PID controller

Kp = 1;

Ki = 0.1;

Kd = 0.01;

controller = pid(Kp, Ki, Kd);
```

Ανάλυση συστήματος ελέγχου:

Μόλις σχεδιαστεί ένα σύστημα ελέγχου, είναι σημαντικό να αναλυθεί η απόδοση και η σταθερότητά του. Το MATLAB παρέχει διάφορες λειτουργίες για την ανάλυση συστημάτων ελέγχου, συμπεριλαμβανομένης της απόκρισης βήματος, της απόκρισης συχνότητας και των χαρτών μηδενικού πόλου.

```
% Example: Analyzing step response
step(sys_tf);
```

Προσομοίωση συστήματος με Simulink:

Το MATLAB Simulink είναι ένα ισχυρό εργαλείο προσομοίωσης για δυναμικά συστήματα. Επιτρέπει στους χρήστες να δημιουργούν μπλοκ διαγράμματα που αντιπροσωπεύουν τα στοιχεία του συστήματος και να προσομοιώνουν τις αλληλεπιδράσεις τους. Το Simulink είναι ιδιαίτερα χρήσιμο για την απεικόνιση της συμπεριφοράς πολύπλοκων συστημάτων ελέγχου με την πάροδο του χρόνου.

Αναπαράσταση και Ανάλυση Κράτους-Χώρου:

Το MATLAB διαπρέπει στον χειρισμό αναπαραστάσεων καταστάσεων-χώρου συστημάτων. Τα μοντέλα κατάστασης χώρου παρέχουν μια ολοκληρωμένη άποψη της δυναμικής ενός συστήματος, καθιστώντας τα κατάλληλα τόσο για σχεδιασμό ελέγχου όσο και για ανάλυση.

```
% Example: Analyzing state-space system
eig(A); % Display eigenvalues (poles)
```

Ανάλυση τομέα συχνότητας:

Η ανάλυση του τομέα συχνότητας είναι απαραίτητη για την κατανόηση της συμπεριφοράς ενός συστήματος στο φάσμα συχνοτήτων. Η Εργαλειοθήκη Συστήματος Ελέγχου της MATLAB προσφέρει λειτουργίες όπως bode και nyquist για τη σχεδίαση διαγραμμάτων Bode και Nyquist, βοηθώντας τους μηχανικούς στην αξιολόγηση της σταθερότητας και της απόδοσης του συστήματος.

```
% Example: Bode plot
```

bode(sys_tf);

Root Locus Design:

Το Root Locus είναι μια γραφική μέθοδος για το σχεδιασμό και την ανάλυση συστημάτων ελέγχου. Το MATLAB παρέχει τη συνάρτηση rlocus για να σχεδιάσει τον ριζικό τόπο ενός συστήματος, βοηθώντας στην κατανόηση του τρόπου με τον οποίο αλλάζουν οι πόλοι του συστήματος με ποικίλες παραμέτρους ελεγκτή.

```
% Example: Root locus plot
rlocus(sys_tf);
```

Συντονισμός συστήματος ελέγχου:

Ο συντονισμός των ελεγκτών για την επίτευξη της επιθυμητής απόδοσης του συστήματος είναι ένα κρίσιμο βήμα. Το MATLAB προσφέρει αυτοματοποιημένα εργαλεία συντονισμού, όπως το sisotool και το pidtune, τα οποία βοηθούν τους μηχανικούς να προσαρμόσουν τις παραμέτρους του ελεγκτή ώστε να πληρούν συγκεκριμένα κριτήρια σχεδιασμού.

```
% Example: PID tuning
sys = tf([1], [1 2 1]);
C = pidtune(sys, 'PID');
```

Υλοποίηση σε πραγματικό χρόνο:

Το MATLAB διευκολύνει την υλοποίηση συστημάτων ελέγχου σε πραγματικό χρόνο χρησιμοποιώντας προσομοίωση hardware-in-the-loop (HIL). Μέσω του Simulink Real-Time, οι χρήστες μπορούν να συνδέσουν τα μοντέλα τους σε φυσικό υλικό για δοκιμή και επικύρωση, διασφαλίζοντας απρόσκοπτη ενοποίηση με συστήματα πραγματικού κόσμου.

Προηγμένες τεχνικές ελέγχου:

Για χρήστες που εμβαθύνουν σε πιο προηγμένες τεχνικές ελέγχου, το MATLAB υποστηρίζει ισχυρό έλεγχο, προγνωστικό έλεγχο μοντέλων (MPC) και βέλτιστες στρατηγικές ελέγχου. Η ισχυρή εργαλειοθήκη ελέγχου και η εργαλειοθήκη βελτιστοποίησης προσφέρουν λειτουργίες και εργαλεία για την εφαρμογή αυτών των εξελιγμένων προσεγγίσεων.

```
% Example: Robust control
[G,Delta] = lft(sys,uncertain);
robust_sys = robustify(sys, G);
```

Το MATLAB αποτελεί ακρογωνιαίο λίθο για το σχεδιασμό και την ανάλυση συστημάτων ελέγχου, παρέχοντας μια ολοκληρωμένη σειρά εργαλείων για μηχανικούς και ερευνητές. Από τη μοντελοποίηση και την προσομοίωση έως το σχεδιασμό ελεγκτή και την υλοποίηση σε πραγματικό χρόνο, το πλούσιο οικοσύστημα της MATLAB απλοποιεί τις πολυπλοκότητες της μηχανικής συστημάτων ελέγχου. Συνδυάζοντας τις ισχυρές αριθμητικές υπολογιστικές του δυνατότητες με φιλικές προς το χρήστη διεπαφές όπως το Simulink, το MATLAB δίνει τη δυνατότητα στους χρήστες να αντιμετωπίζουν ένα ευρύ φάσμα προκλήσεων του συστήματος ελέγχου αποτελεσματικά και αποτελεσματικά. Καθώς η τεχνολογία συνεχίζει να προοδεύει, το MATLAB παραμένει στην πρώτη γραμμή της καινοτομίας στον τομέα των συστημάτων ελέγχου, επιτρέποντας στους χρήστες να ξεπεράσουν τα όρια του δυνατού στο σχεδιασμό και την αυτοματοποίηση συστημάτων.

3.2 Matlab LQR

Για να εφαρμόσετε τον Γραμμικό Τετραγωνικό Ρυθμιστή (LQR) στο MATLAB, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την Εργαλειοθήκη Συστήματος Ελέγχου, η οποία είναι μια εξειδικευμένη εργαλειοθήκη σχεδιασμένη για σχεδιασμό και ανάλυση συστήματος ελέγχου. Η εργαλειοθήκη παρέχει λειτουργίες και εργαλεία για εργασία με συστήματα γραμμικής χρονικής αναλλοίωσης (LTI), συμπεριλαμβανομένων ελεγκτών LQR.

Μπορείτε να μοντελοποιήσετε το σύστημά σας χρησιμοποιώντας συναρτήσεις μεταφοράς, αναπαραστάσεις χώρου κατάστασης ή οποιαδήποτε άλλη υποστηριζόμενη μορφή. Ακολουθεί ένα παράδειγμα δημιουργίας συνάρτησης μεταφοράς:

```
% Ορίστε μια απλή συνάρτηση μεταφοράς
% Define a simple transfer function
```

```
numerator = [1];
denominator = [1, 2, 1];
sys_tf = tf(numerator, denominator);
```

Εάν το σύστημά σας δεν είναι ήδη σε μορφή κατάστασης χώρου, μπορείτε να το μετατρέψετε χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση ss:

```
sys_ss = ss(sys_tf);
```

Ορίστε τους πίνακες καταστάσεων-χώρου και τους πίνακες στάθμισης (Q και R) για τον ελεγκτή LQR:

```
A = sys_ss.A;
B = sys_ss.B;
Q = eye(size(A)); % Weighting matrix for state
R = 1;            % Weighting matrix for control input
```

Υπολογίστε το κέρδος του ελεγκτή LQR. Χρησιμοποιήστε τη συνάρτηση lqr για να υπολογίσετε τον πίνακα απολαβής του ελεγκτή LQR:

```
K = lqr(A, B, Q, R);
```

Τώρα μπορείτε να κλείσετε τον βρόχο και να προσομοιώσετε την απόκριση του ελεγχόμενου συστήματος. Για παράδειγμα, χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση ανάδρασης:

```
sys_cl = feedback(sys_ss, -K);
```

Μπορείτε να αναλύσετε την απόκριση του συστήματος κλειστού βρόχου και να την οπτικοποιήσετε χρησιμοποιώντας διάφορες συναρτήσεις του MATLAB, όπως step, bode ή impulse:

```
step(sys_cl);
```

Κεφάλαιο 4ο: Το σύστημα LQR και σύγκριση με PID

4.1 Σύστημα 1ης τάξης

Σε αυτό το κεφάλαιο, εμβαθύνουμε στον συναρπαστικό κόσμο των συστημάτων πρώτης τάξης, μια θεμελιώδη έννοια στη θεωρία ελέγχου και τη μηχανική. Ένα σύστημα πρώτης τάξης χαρακτηρίζεται από ένα μόνο στοιχείο αποθήκευσης ενέργειας, καθιστώντας τη συμπεριφορά του σχετικά απλή στην ανάλυση αλλά απίστευτα σημαντική σε διάφορες εφαρμογές. Αυτά τα συστήματα αποτελούν τη ραχοκοκαλιά πολλών τομέων μηχανικής, παρέχοντας μια θεμελιώδη κατανόηση που ανοίγει το δρόμο για πιο περίπλοκη ανάλυση συστημάτων.

Διερευνώντας τα βασικά χαρακτηριστικά των συστημάτων πρώτης τάξης δηλαδή τα καθοριστικά τους στοιχεία γιατί έχουν τέτοια σημασία στη μελέτη των συστημάτων ελέγχου. Αυτή η αρχική επισκόπηση θέτει τις βάσεις για μια βαθύτερη κατάδυση στις μαθηματικές και πρακτικές πτυχές αυτών των συστημάτων.

Η μαθηματική βάση ενός συστήματος πρώτης τάξης γίνεται καλύτερα κατανοητή μέσω της διαφορικής εξίσωσης και της συνάρτησης μεταφοράς.

Ένα σύστημα πρώτης τάξης μπορεί γενικά να αναπαρασταθεί από τη διαφορική εξίσωση:

dy(t)/dt + a*y(t) = b*u(t)   (Εξ 4.1)

όπου «y(t)» είναι η έξοδος, «u(t)» είναι η είσοδος και «a» και «b» είναι σταθερές. Αυτή η εξίσωση συμβολίζει τον ρυθμό μεταβολής της εξόδου του συστήματος σε σχέση με την τρέχουσα κατάσταση και την είσοδο του.

Μετατρέποντας αυτή τη διαφορική εξίσωση στο πεδίο Laplace, όπου το 's' αντιπροσωπεύει τη μιγαδική συχνότητα, παίρνουμε τη συνάρτηση μεταφοράς:

Y(s)/U(s) = b / (s + a) (Εξ 4.2)

Αυτή η λειτουργία παρέχει ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάλυση της συμπεριφοράς του συστήματος στη συχνότητα τομέα, προσφέροντας πληροφορίες σχετικά με τα χαρακτηριστικά σταθερότητας και απόκρισης.

Η απλότητα αυτής της αναπαράστασης είναι το κλειδί για την κατανόηση και το σχεδιασμό συστημάτων πρώτης τάξης σε διάφορες εφαρμογές μηχανικής.

Μια κρίσιμη πτυχή της μελέτης συστημάτων πρώτης τάξης είναι η ανάλυση της χρονικής τους απόκρισης, ιδιαίτερα σε τυπικά σήματα εισόδου όπως οι εισόδους βημάτων. Αυτή η ανάλυση παρέχει πολύτιμες πληροφορίες για τη συμπεριφορά του συστήματος με την πάροδο του χρόνου.

Η απόκριση βήματος ενός συστήματος πρώτης τάξης είναι η έξοδός του όταν υποβάλλεται σε βηματική είσοδο. Μαθηματικά, για ένα βήμα εισαγωγής μεγέθους «M», η απάντηση δίνεται από:

$y(t) = (b/a) * M * (1 - e^{(-a*t)})$ (Εξ. 4.3)

Αυτή η εξίσωση περιγράφει πώς η έξοδος εξελίσσεται με την πάροδο του χρόνου, φτάνοντας τελικά σε μια σταθερή κατάσταση. Ο εκθετικός όρος e^(-a*t) παίζει καθοριστικό ρόλο στη διαμόρφωση της καμπύλης απόκρισης.

Η σταθερά χρόνου, που συμβολίζεται ως 'τ' , είναι μια βασική παράμετρος σε συστήματα πρώτης τάξης, που ορίζεται ως 1/a. Αντιπροσωπεύει το χρόνο που χρειάζεται για το σύστημα να φτάσει περίπου το 63,2% της τελικής του τιμής σταθερής κατάστασης. Η σταθερά χρόνου είναι ένα μέτρο της ταχύτητας απόκρισης του συστήματος. μικρότερες τιμές υποδεικνύουν ταχύτερη απόκριση.

Η κατανόηση της χρονικής απόκρισης και των σταθερών χρόνου είναι απαραίτητη για το σχεδιασμό και την πρόβλεψη της συμπεριφοράς συστημάτων πρώτης τάξης σε σενάρια πραγματικού κόσμου.

Το Simulink, ένα λογισμικό που βασίζεται στο MATLAB, προσφέρει ένα δυναμικό περιβάλλον για προσομοίωση, ανάλυση και μοντελοποίηση συστημάτων. Η εφαρμογή ενός συστήματος πρώτης τάξης στο Simulink όχι μόνο βελτιώνει την κατανόηση αλλά παρέχει και πρακτικές ιδέες.

Η γραφική διεπαφή του Simulink επιτρέπει στους χρήστες να δημιουργούν μοντέλα συστήματος ως μπλοκ διαγράμματα. Αυτή η διαισθητική προσέγγιση είναι ιδιαίτερα επωφελής για την οπτικοποίηση και την τροποποίηση πολύπλοκων συστημάτων.

Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης παρέχουν πολύτιμες πληροφορίες για τη δυναμική του συστήματος. Η ανάλυση της εξόδου στο μπλοκ εμβέλειας βοηθά στην κατανόηση της απόκρισης βήματος και των επιδράσεων της χρονικής σταθεράς.

Αυτή η πρακτική εμπειρία με το Simulink είναι καθοριστική για τη γεφύρωση του χάσματος μεταξύ της θεωρητικής γνώσης και της πρακτικής εφαρμογής.

Τα συστήματα πρώτης τάξης δεν είναι απλώς θεωρητικά κατασκευάσματα. έχουν πολυάριθμες πρακτικές εφαρμογές σε διάφορους τομείς.

Ηλεκτρικό Κύκλωμα RC

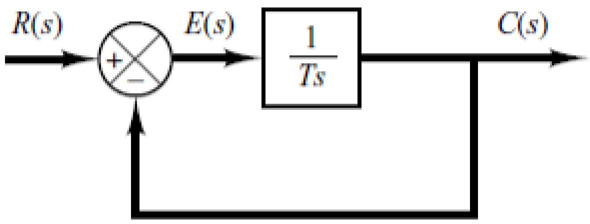
Ένα κύκλωμα RC (αντίσταση-πυκνωτής) είναι ένα ουσιαστικό παράδειγμα ενός συστήματος πρώτης τάξης στην ηλεκτρική μηχανική. Το κύκλωμα αποτελείται από μια αντίσταση και έναν πυκνωτή σε σειρά. Η φόρτιση του πυκνωτή μέσω της αντίστασης με την πάροδο του χρόνου όταν εφαρμόζεται ένα βήμα τάσης είναι μια κλασική επίδειξη μιας απόκρισης πρώτης τάξης. Η σταθερά χρόνου του κυκλώματος προσδιορίζεται από το γινόμενο της αντίστασης και της χωρητικότητας ($\tau = R*C$).

Μηχανικά: Σύστημα απόσβεσης μάζας

Στη μηχανολογία, το σύστημα αποσβεστήρα μάζας αντιπροσωπεύει ένα θεμελιώδες σύστημα πρώτης τάξης. Αποτελείται από μια μάζα προσαρτημένη σε ένα στοιχείο απόσβεσης, όπως ένα αμορτισέρ. Όταν η μάζα μετατοπίζεται και απελευθερώνεται, επιστρέφει στη θέση ισορροπίας της με μια κίνηση που χαρακτηρίζεται από μια διαφορική εξίσωση πρώτης τάξης. Η σταθερά χρόνου σε αυτή την περίπτωση σχετίζεται με τη μάζα και τον συντελεστή απόσβεσης.

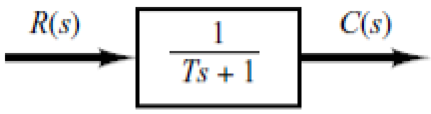
Αυτά τα παραδείγματα απεικονίζουν την επικράτηση και τη σημασία των συστημάτων πρώτης τάξης σε εφαρμογές του πραγματικού κόσμου, επιδεικνύοντας τον ρόλο τους στη διαμόρφωση της κατανόησής μας για διάφορα φυσικά φαινόμενα.

Σε μπλοκ διάγραμμα είναι:



Εικόνα 4.1: Μπλοκ διάγραμμα πρώτης τάξης

δηλαδή



Εικόνα 4.2: Μπλοκ διάγραμμα πρώτης τάξης – Απλοποιημένο [12]

Με συνάρτηση μεταφοράς

$$\frac{C(s)}{R(s)} = K\frac{1}{Ts+1}$$

(Εξ. 4.4)

Όπου K είναι το DC Gain και T η χρονική σταθερά του συστήματος.

- Η χρονική σταθερά είναι ένα μέτρο της ταχύτητας απόκρισης ενός συστήματος 1st σε μια είσοδο μοναδιαίου βήματος.

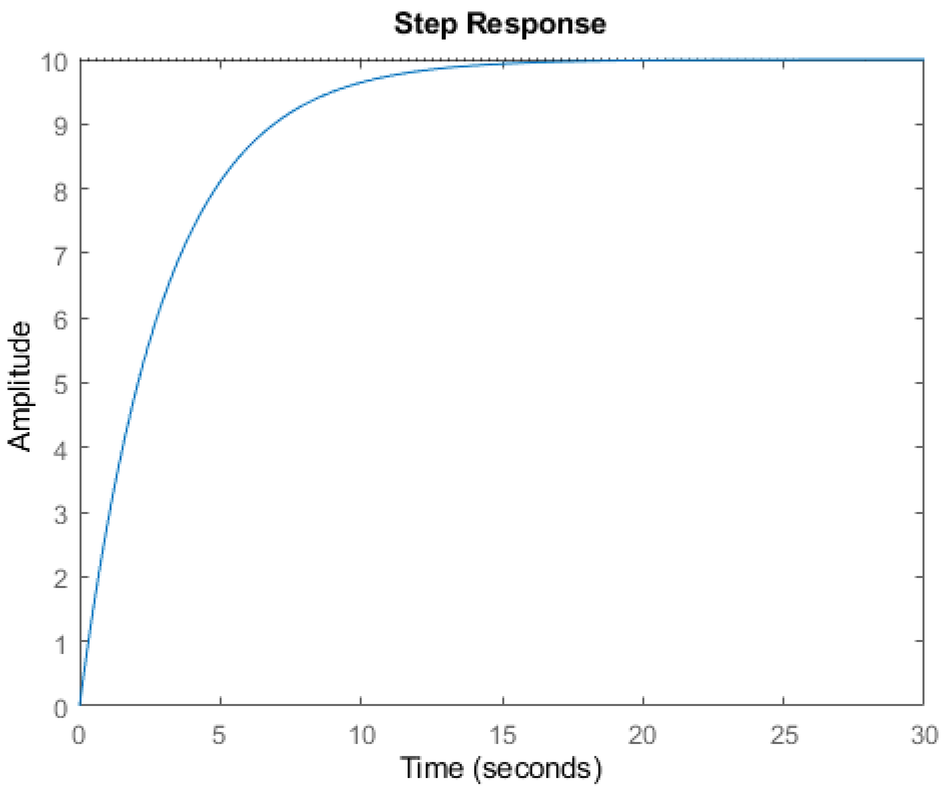
- Κέρδος DC της αναλογίας συστήματος μεταξύ του σήματος εισόδου και της τιμής σταθερής κατάστασης της εξόδου.

Έστω το

```
        10
sys1 =  -------      (Εξ. 4.5)
       3 s + 1
```

Η βηματική απόκριση είναι:

step(sys1)



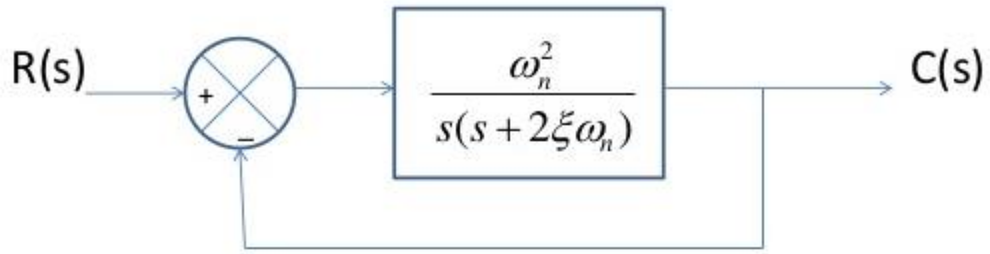
Εικόνα 4.3: Βηματική απόκριση του sys1

4.2 Σύστημα $2^{ης}$ τάξης

Τα συστήματα δεύτερης τάξης είναι ζωτικής σημασίας σε διάφορες εφαρμογές μηχανικής, από συστήματα ανάρτησης οχημάτων έως ηλεκτρικά κυκλώματα.

Στην καρδιά των συστημάτων ελέγχου δεύτερης τάξης βρίσκονται δύο βασικές παράμετροι: η φυσική συχνότητα (ω_n) και ο λόγος απόσβεσης (ζ). Αυτές οι παράμετροι επηρεάζουν βαθιά την απόκριση του συστήματος. Η φυσική συχνότητα αντιπροσωπεύει τον ρυθμό με τον οποίο ταλαντώνεται το σύστημα απουσία απόσβεσης, ενώ ο λόγος απόσβεσης δείχνει πόσο γρήγορα αποσυντίθενται οι ταλαντώσεις. Ένα σύστημα δεύτερης τάξης μπορεί να είναι υποαπόσβεση, κρίσιμη απόσβεση ή υπερβολική απόσβεση, ανάλογα με την τιμή του λόγου απόσβεσης.

Ο τομέας s, που χαρακτηρίζεται από τον μετασχηματισμό Laplace, προσφέρει μια μετασχηματιστική άποψη της δυναμικής του συστήματος. Σε αυτόν τον τομέα, ένα σύστημα δεύτερης τάξης τυπικά αντιπροσωπεύεται από μια συνάρτηση μεταφοράς της φόρμας:



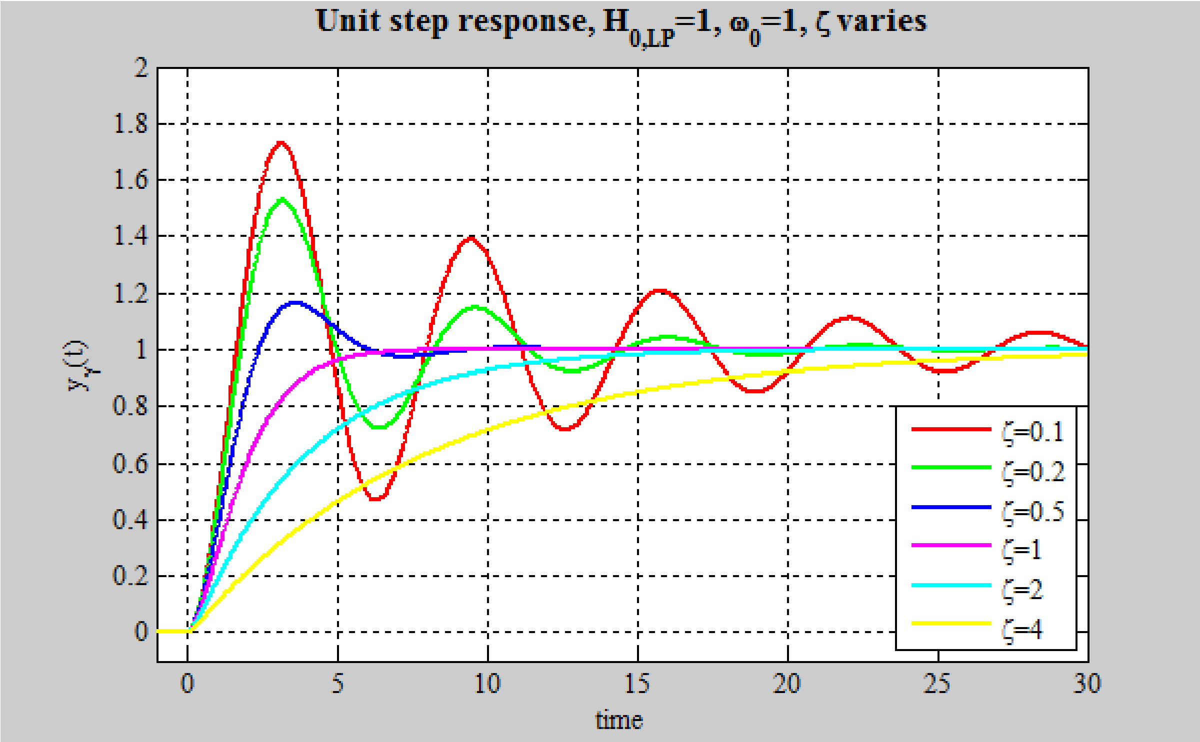
$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} ----(A)$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} R(s)$$

Εικόνα 4.4: Σύστημα δεύτερης τάξης [13]

Αυτή η λειτουργία μεταφοράς είναι ένα ισχυρό εργαλείο, που περιέχει ολόκληρη τη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος. Επιτρέπει να αναλύω πολύπλοκες χρονικές αποκρίσεις χωρίς να εμβαθύνω σε περίπλοκες διαφορικές εξισώσεις.

Μια από τις πιο διαφωτιστικές πτυχές της μελέτης συστημάτων δεύτερης τάξης στον τομέα s είναι η ανάλυση της απόκρισής τους σε διαφορετικές εισόδους. Για παράδειγμα, η απόκριση βήματος, η οποία δείχνει πώς το σύστημα αντιδρά σε μια ξαφνική αλλαγή, αποκαλύπτει κρίσιμη δυναμική. Είναι ενδιαφέρον να παρατηρείς πώς ένα σύστημα με χαμηλή απόσβεση παρουσιάζει ταλαντωτική συμπεριφορά, ενώ ένα σύστημα με υπεραπόσβεση ανταποκρίνεται πιο αργά.



Εικόνα 4.5: Απόκριση με διαφορετικά χαρακτηριστικά(ζ) [14]

Η σταθερότητα αποτελεί πρωταρχικό μέλημα στα συστήματα ελέγχου. Στον τομέα s, η σταθερότητα συνδέεται με τη θέση των πόλων στο μιγαδικό επίπεδο. Ένα σύστημα είναι σταθερό εάν όλοι οι πόλοι του έχουν αρνητικά πραγματικά μέρη. Αυτή η κατανόηση είναι ζωτικής σημασίας για το σχεδιασμό συστημάτων που όχι μόνο αποδίδουν καλά αλλά και διασφαλίζουν ασφάλεια και αξιοπιστία.

Ο συντονισμός, μια άλλη κρίσιμη πτυχή, εμφανίζεται σε συστήματα με χαμηλή απόσβεση όταν η συχνότητα εισόδου ταιριάζει με τη φυσική συχνότητα του συστήματος. Αυτό το φαινόμενο μπορεί να οδηγήσει σε ενισχυμένες αποκρίσεις συστήματος, οι οποίες, αν και μερικές φορές είναι επιθυμητές, μπορεί επίσης να είναι δυνητικά επικίνδυνες.

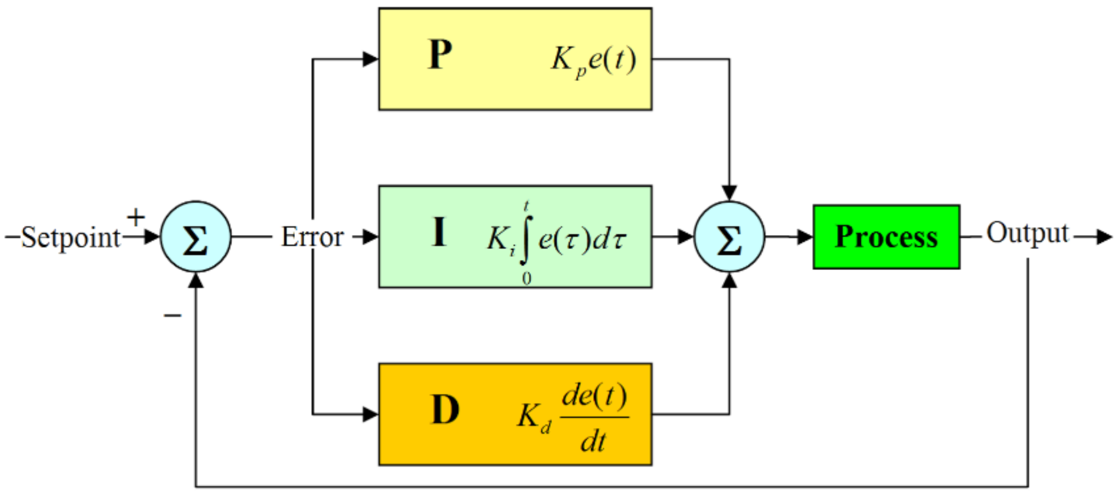
Η ομορφιά των συστημάτων δεύτερης τάξης έγκειται στην πανταχού παρούσα παρουσία τους στον πραγματικό κόσμο. Από το σύστημα ανάρτησης στο αυτοκίνητό μου, που εξασφαλίζει μια ομαλή οδήγηση, μέχρι τις ταλαντώσεις σε ένα ρολόι εκκρεμούς, αυτά τα συστήματα είναι παντού. Η κατανόηση της συμπεριφοράς τους στον τομέα s έχει βαθιές συνέπειες για το σχεδιασμό και τη βελτιστοποίηση αυτών των συστημάτων.

4.3 Εφαρμογή με PID

Ο ελεγκτής PID(Proportional-Integral-Derivative) είναι ένα κρίσιμο στοιχείο στον τομέα της μηχανικής ελέγχου, που χρησιμοποιείται ευρέως για τη ρύθμιση της ταχύτητας, της θερμοκρασίας, της ροής και άλλων μεταβλητών διεργασιών σε βιομηχανικά συστήματα.

Ο τομέας s, που αναφέρεται στο σύνθετο πεδίο συχνοτήτων στον μετασχηματισμό Laplace, παρέχει ένα ισχυρό εργαλείο για την ανάλυση και το σχεδιασμό συστημάτων ελέγχου, συμπεριλαμβανομένων των ελεγκτών PID. Η μαθηματική αναπαράσταση και ανάλυση στον τομέα s απλοποιεί την κατανόηση της δυναμικής συμπεριφοράς των συστημάτων ελέγχου.

Ένας ελεγκτής PID περιλαμβάνει τρία βασικά στοιχεία: Αναλογικό (P), Ολοκληρωμένο (I) και Παράγωγο (D). Κάθε ένα από αυτά τα στοιχεία παίζει ζωτικό ρόλο στη διαδικασία ελέγχου. [15]



Εικόνα 4.6: PID έλεγχος [16]

1. Αναλογικός έλεγχος (P): Ο αναλογικός όρος παράγει μια έξοδο που είναι ανάλογη με την τρέχουσα τιμή σφάλματος. Το σφάλμα είναι η διαφορά μεταξύ ενός επιθυμητού σημείου ρύθμισης και της τρέχουσας μεταβλητής διεργασίας. Το αναλογικό κέρδος, που συμβολίζεται ως Kp, καθορίζει τον λόγο της απόκρισης εξόδου προς το σήμα σφάλματος. Στον τομέα s, η συνάρτηση μεταφοράς ενός αναλογικού ελεγκτή είναι απλώς Kp.

2. Ολοκληρωμένος έλεγχος (I): Το ενσωματωμένο στοιχείο ασχολείται με τη συσσώρευση σφαλμάτων του παρελθόντος. Στοχεύει στην εξάλειψη του υπολειπόμενου σφάλματος σταθερής κατάστασης που εμφανίζεται με έναν καθαρά αναλογικό ελεγκτή. Με την ενσωμάτωση του σφάλματος με την πάροδο

του χρόνου, ο ολοκληρωτικός όρος επιδιώκει να μηδενίσει το σφάλμα. Το ολοκληρωμένο κέρδος, Ki, αποφασίζει πόσο επιθετικά αντιδρά ο ελεγκτής στο συσσωρευμένο σφάλμα. Στον τομέα s, η συνάρτηση μεταφοράς για τον ενσωματωμένο ελεγκτή είναι Ki/s, όπου 's' είναι η σύνθετη μεταβλητή συχνότητας.

3. Έλεγχος παραγώγου (D): Το παράγωγο τμήμα προβλέπει τη συμπεριφορά του συστήματος και έτσι βελτιώνει τη σταθερότητα και την ταχύτητα της απόκρισης του συστήματος. Είναι συνάρτηση του ρυθμού μεταβολής του σφάλματος διεργασίας. Το κέρδος παραγώγου, Kd, επηρεάζει την έκταση της απόκρισης του ελεγκτή στον ρυθμό μεταβολής του σφάλματος. Στον τομέα s, η συνάρτηση μεταφοράς του ελεγκτή παραγώγου είναι Kd*s.

Συνδυάζοντας αυτά τα τρία στοιχεία, η συνάρτηση μεταφοράς ενός ελεγκτή PID στον τομέα s εκφράζεται ως

$G(s) = Kp + Ki/s + Kd*s$ (Εξ. 4.6)

Αυτή η συνάρτηση μεταφοράς αντιπροσωπεύει τον τρόπο με τον οποίο ο ελεγκτής PID επεξεργάζεται ένα σήμα σφάλματος εισόδου για να παράγει μια ενέργεια ελέγχου. Η ομορφιά της αναπαράστασης του ελεγκτή PID στον τομέα s έγκειται στην ικανότητά του να διευκολύνει την ανάλυση της δυναμικής, της σταθερότητας και της απόδοσης του συστήματος. Ο μετασχηματισμός Laplace μετατρέπει τις διαφορικές εξισώσεις που διέπουν τη δυναμική του συστήματος σε αλγεβρικές εξισώσεις, καθιστώντας ευκολότερο τον χειρισμό τους.

Σε πρακτικά σενάρια, ο συντονισμός των παραμέτρων PID (Kp, Ki, Kd) είναι ζωτικής σημασίας για την επίτευξη της επιθυμητής απόδοσης ελέγχου. Αυτός ο συντονισμός περιλαμβάνει την προσαρμογή αυτών των παραμέτρων για να βρεθεί η καλύτερη ισορροπία μεταξύ της ταχύτητας απόκρισης, της σταθερότητας και της ακρίβειας του συστήματος ελέγχου. Στην πράξη χρησιμοποιούνται διάφορες μέθοδοι, όπως δοκιμή και σφάλμα, μέθοδος συντονισμού Ziegler-Nichols και πιο εξελιγμένες τεχνικές βελτιστοποίησης.

Επιπλέον, η ανάλυση s-domain επιτρέπει την ενσωμάτωση πρόσθετων στοιχείων όπως φίλτρα και αντισταθμιστές για περαιτέρω βελτίωση της δράσης ελέγχου. Για παράδειγμα, ένα φίλτρο παραγώγου μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να μετριάσει την ευαισθησία του παραγώγου στον θόρυβο.

Το σύστημα ελέγχου PID στον τομέα s αποτελεί ακρογωνιαίο λίθο της σύγχρονης θεωρίας ελέγχου. Η ικανότητά του να παρέχει ακριβή και σταθερό έλεγχο σε διάφορες βιομηχανικές διαδικασίες υπογραμμίζει τη σημασία του. Η αναπαράσταση s-domain απλοποιεί την κατανόηση και το σχεδιασμό αυτών των συστημάτων ελέγχου, καθιστώντας το ένα ανεκτίμητο εργαλείο για τους μηχανικούς ελέγχου.

Θα μελετήσουμε μια συνάρτηση μεταφοράς που έχει ένα έξυπνο υλικό όπως είναι το IPMC. []

Τα ιοντοαγώγιμα Πολυμερή Σύνθετα Μετάλλων (IPMCs) αντιπροσωπεύουν μια συναρπαστική κατηγορία ηλεκτρενεργών πολυμερών που έχουν συγκεντρώσει σημαντική προσοχή για τις μοναδικές τους ικανότητες σε εφαρμογές ανίχνευσης, ενεργοποίησης και συλλογής ενέργειας. Στον πυρήνα των IPMC βρίσκεται η χαρακτηριστική δομή τους, η οποία τυπικά αποτελείται από μια αγώγιμη πολυμερή μήτρα εγχυμένη με μεταλλικά ιόντα. Αυτή η σύνθεση επιτρέπει στα IPMC να υποστούν σημαντική παραμόρφωση ως απόκριση σε ηλεκτρικά ερεθίσματα, μιμούμενοι τη φυσική κίνηση των βιολογικών μυών με υψηλή ακρίβεια και ευελιξία. Η αρχή λειτουργίας των IPMC βασίζεται στον μηχανισμό ανταλλαγής ιόντων, όπου η εφαρμογή ηλεκτρικής τάσης προκαλεί τη μετανάστευση ιόντων εντός της πολυμερούς μήτρας, οδηγώντας σε κίνηση κάμψης ή ενεργοποίησης. Αυτή η ιδιότητα όχι μόνο καθιστά τα IPMC ιδανικά για τη δημιουργία μαλακών ενεργοποιητών και αισθητήρων που μπορούν να λειτουργήσουν σε ευαίσθητα περιβάλλοντα, όπως σε βιοϊατρικές συσκευές ή συσκευές υποθαλάσσιας εξερεύνησης, αλλά επίσης τα τοποθετεί ως υλικό ακρογωνιαίο λίθο στην ανάπτυξη μαλακής ρομποτικής, προσφέροντας μια πολλά υποσχόμενη εναλλακτική λύση παραδοσιακοί άκαμπτοι ενεργοποιητές.

Επιπλέον, η ευελιξία και η αποτελεσματικότητα των υλικών IPMC εκτείνονται πέρα από τις δυνατότητες ενεργοποίησής τους. Η εγγενής ευαισθησία τους στις περιβαλλοντικές αλλαγές, όπως η υγρασία, τα επίπεδα pH και η μηχανική καταπόνηση, τους επιτρέπει να λειτουργούν ως αισθητήρες υψηλής απόκρισης. Αυτή η διπλή λειτουργικότητα, σε συνδυασμό με τη χαμηλή κατανάλωση ενέργειας και την ικανότητά τους να λειτουργούν σε υδατικά περιβάλλοντα, ανοίγει το δρόμο για καινοτόμες εφαρμογές που κυμαίνονται από ρομποτικά συστήματα βιολογικής έμπνευσης έως έξυπνα υφάσματα και προηγμένα προσθετικά. Παρά τις δυνατότητές τους, εξακολουθούν να υπάρχουν προκλήσεις όσον αφορά την ενίσχυση της ανθεκτικότητας, του χρόνου απόκρισης και της επεκτασιμότητας των IPMC για ευρεία βιομηχανική και εμπορική χρήση. Η πρόοδος στην επιστήμη και τη μηχανική υλικών αντιμετωπίζει σταδιακά αυτά τα ζητήματα, εστιάζοντας στην ανάπτυξη νέων μιγμάτων πολυμερών, επεξεργασίες επιφανειών και τεχνικών κατασκευής που στοχεύουν στη βελτίωση της απόδοσης και της αξιοπιστίας των συσκευών που βασίζονται σε IPMC. Καθώς η έρευνα συνεχίζει να ωθεί τα όρια του δυνατού με τα IPMC, η ενσωμάτωσή τους σε τεχνολογίες αιχμής υπόσχεται να φέρει επανάσταση σε ένα ευρύ φάσμα πεδίων, καθιστώντας τα βασικό υλικό ενδιαφέροντος για την εξέλιξη των έξυπνων υλικών και συστημάτων.

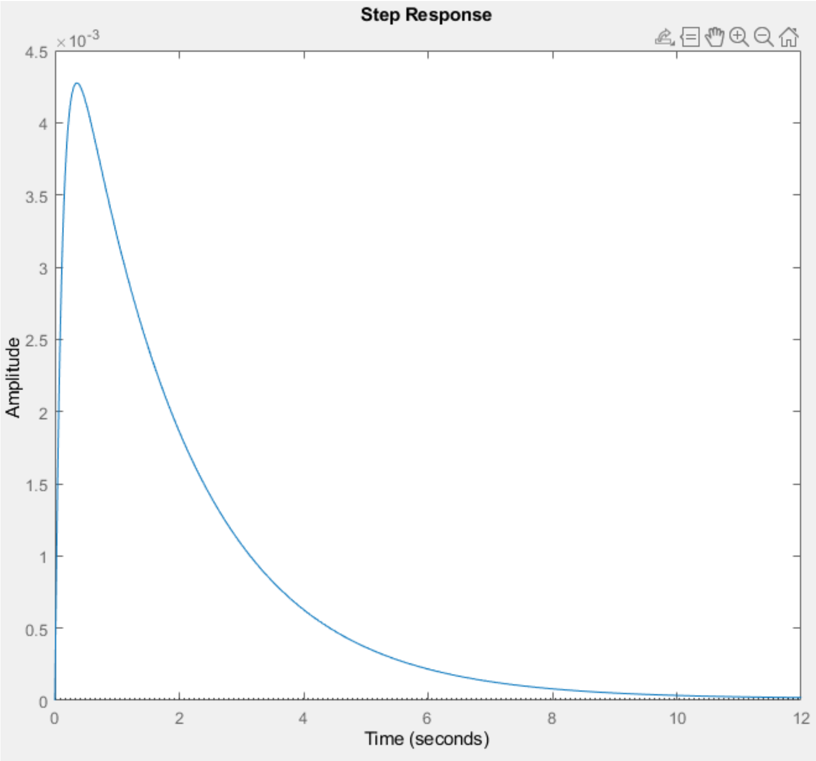
Η συνάρτηση μεταφοράς που θα εξεταστεί είναι η:

```
          6.25e-05 z - 6.25e-05
Hd   =   ----------------------          (Εξ. 4.7)
          z^2 - 1.991 z + 0.9913
```

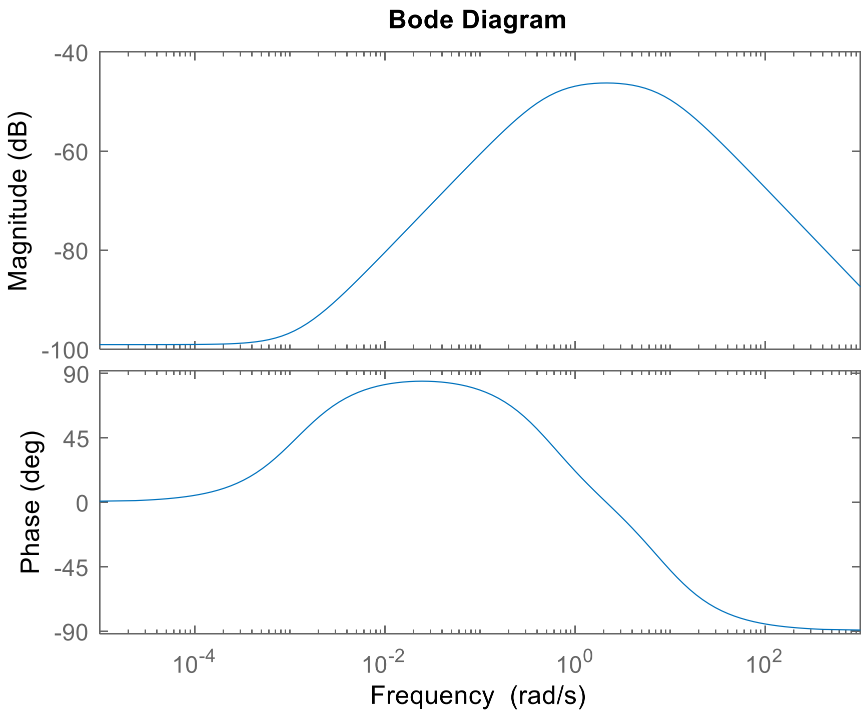
ή

```
Hs=tf(0.00001*[0 4.48 -4.4805], [1 -1.99 0.99],0.001);
```

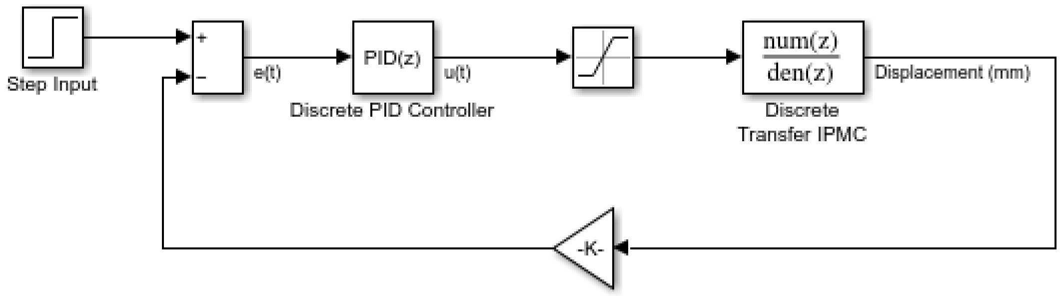
Με step response



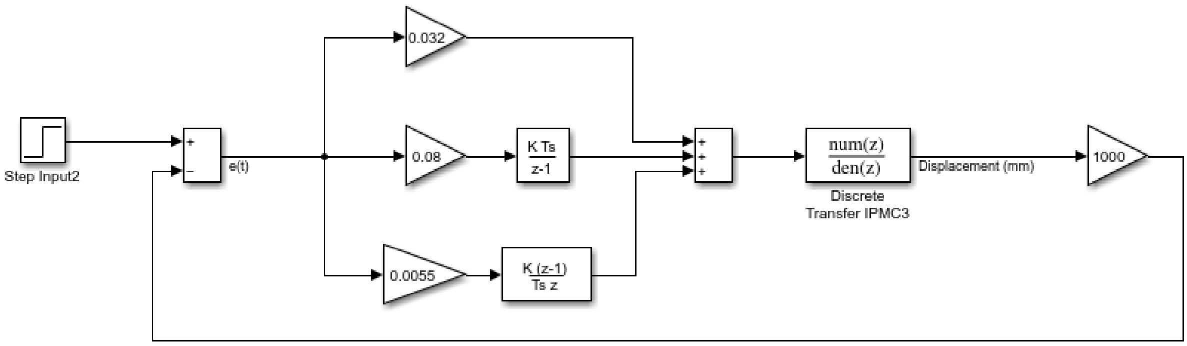
Εικόνα 4.7 Βηματική απόκριση της Hs



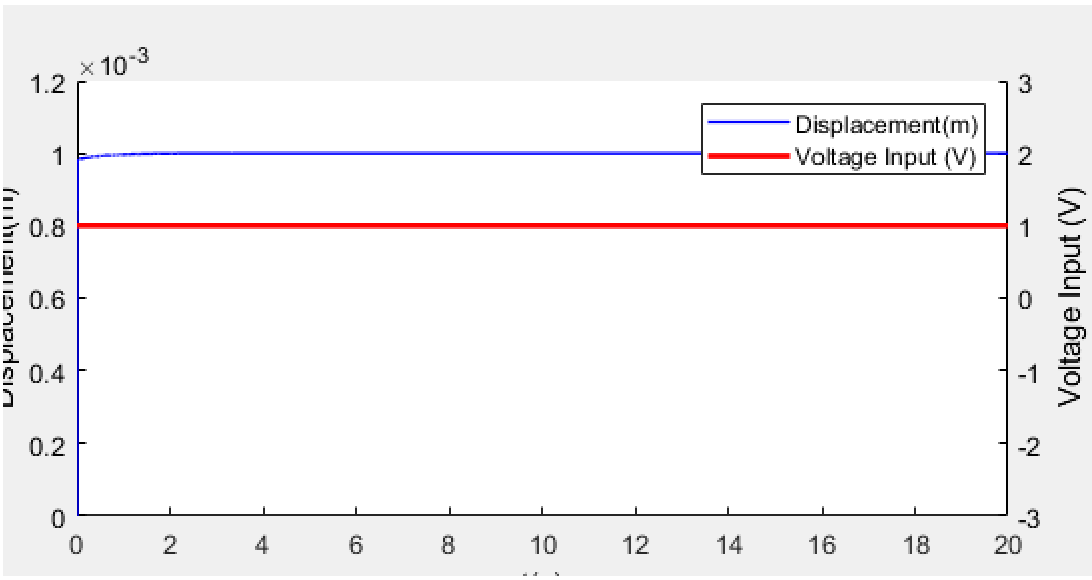
Εικόνα 4.8 Διάγραμμα Bode της Hs



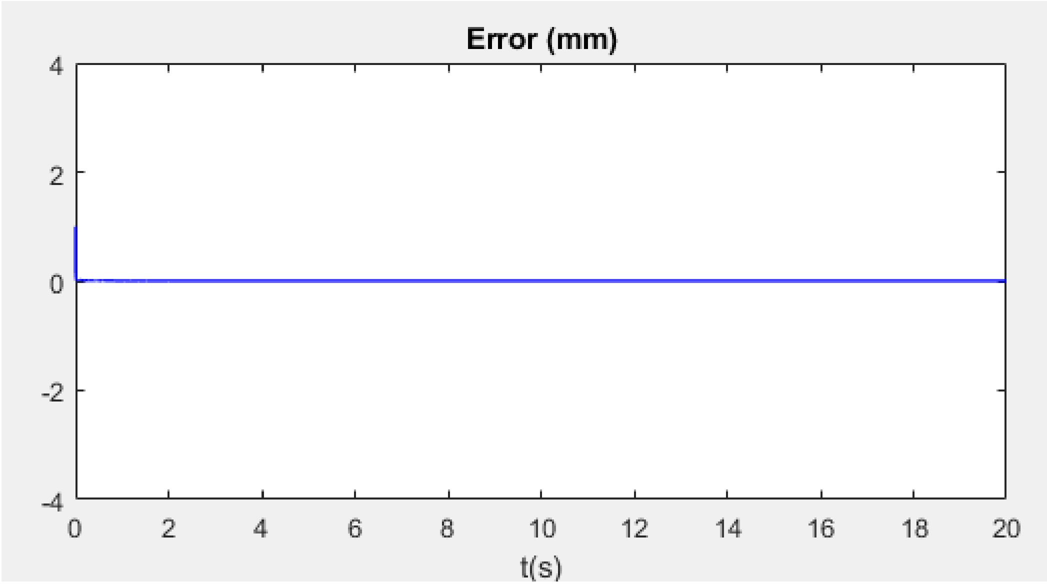
Εικόνα 4.9 PID έλεγχος στο Simulink - 1



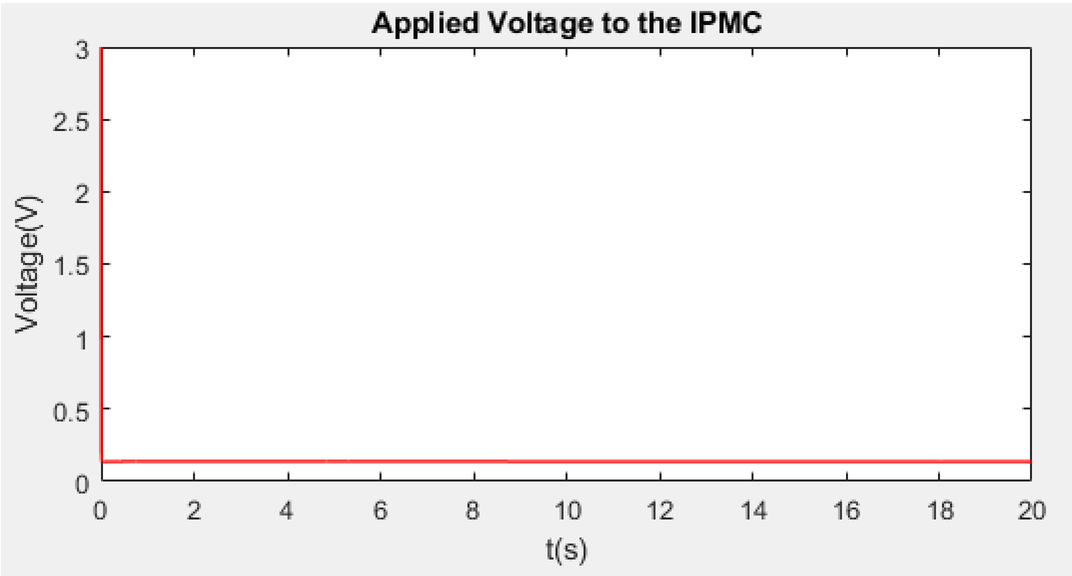
Εικόνα 4.10 PID έλεγχος στο Simulink - 2



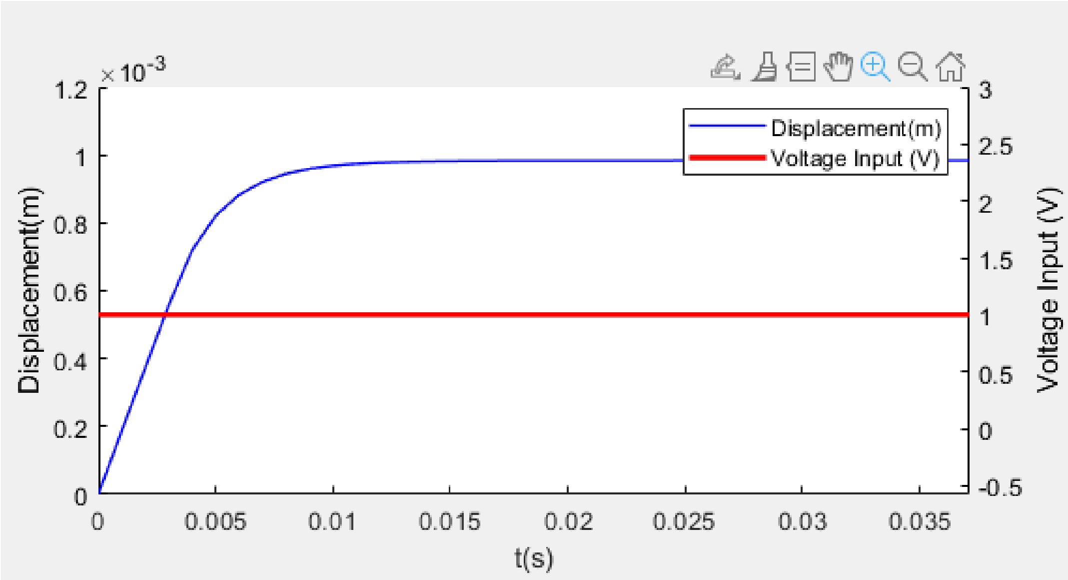
Εικόνα 4.11 Εφαρμογή του PID για το IPMC – Απόκριση για είσοδο πλάτους 1V



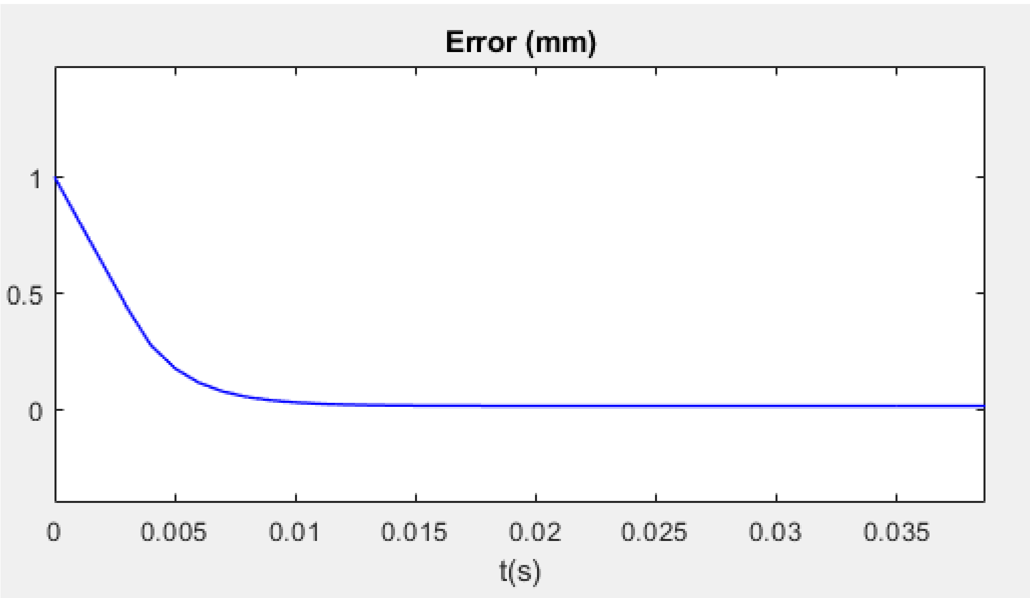
Εικόνα 4.12 Εφαρμογή του PID για το IPMC – Σφάλμα για είσοδο πλάτους 1V



Εικόνα 4.13 Εφαρμογή του PID για το IPMC – Τάση εισόδου για το plant



Εικόνα 4.14 PID για το IPMC – Μεγέθυνση στο πεδίο του χρόνου - Έξοδος για το plant



Εικόνα 4.15 PID για το IPMC – Μεγέθυνση στο πεδίο του χρόνου - Σφάλμα για το plant

4.4 Εφαρμογή με LQR

Μεταξύ των πιο αποτελεσματικών μεθόδων ελέγχου είναι ο Linear Quadratic Regulator (LQR), ένα κρίσιμο εργαλείο στη σύγχρονη θεωρία ελέγχου. Ο σχεδιασμός LQR βασίζεται στη βελτιστοποίηση μιας τετραγωνικής συνάρτησης κόστους και χρησιμοποιείται ευρέως για την ευρωστία και την αποτελεσματικότητά του στο χειρισμό συστημάτων πολλαπλών μεταβλητών με γραμμική δυναμική.

Η θεμελιώδης ιδέα του LQR έγκειται στη διατύπωσή του στην αναπαράσταση κατάστασης-χώρου, η οποία είναι μια ισχυρή μέθοδος για τη μοντελοποίηση και την ανάλυση συστημάτων ελέγχου. Η αναπαράσταση χώρου καταστάσεων καταγράφει τη δυναμική ενός συστήματος χρησιμοποιώντας ένα σύνολο διαφορικών εξισώσεων πρώτης τάξης, καθιστώντας το ιδιαίτερα κατάλληλο για ανάλυση συστήματος ελέγχου στον τομέα s.

Στον τομέα s, το πρόβλημα LQR διατυπώνεται χρησιμοποιώντας τον μετασχηματισμό Laplace, ο οποίος μετατρέπει τις διαφορικές εξισώσεις πεδίου χρόνου σε αλγεβρικές εξισώσεις. Αυτός ο μετασχηματισμός είναι επωφελής καθώς απλοποιεί την ανάλυση και το σχεδιασμό των συστημάτων ελέγχου, ιδιαίτερα όταν αντιμετωπίζουμε σύνθετες δυναμικές και βρόχους ανάδρασης.

Η ουσία του σχεδιασμού ελέγχου LQR είναι να προσδιορίσει ένα βέλτιστο πίνακα κέρδους ανάδρασης, K, που ελαχιστοποιεί μια προκαθορισμένη τετραγωνική συνάρτηση κόστους. Αυτή η συνάρτηση κόστους είναι συνήθως ένα σταθμισμένο άθροισμα των καταστάσεων του συστήματος και της προσπάθειας ελέγχου. Η επιλογή των βαρών στη συνάρτηση κόστους είναι κρίσιμη, καθώς εξισορροπεί την αντιστάθμιση μεταξύ της απόδοσης του συστήματος (όπως η παροδική απόκριση, ο χρόνος καθίζησης, κ.λπ.) και η προσπάθεια ή το κόστος που σχετίζεται με την είσοδο ελέγχου.

Μαθηματικά, το πρόβλημα LQR στον τομέα s μπορεί να εκφραστεί ως πρόβλημα ελαχιστοποίησης.

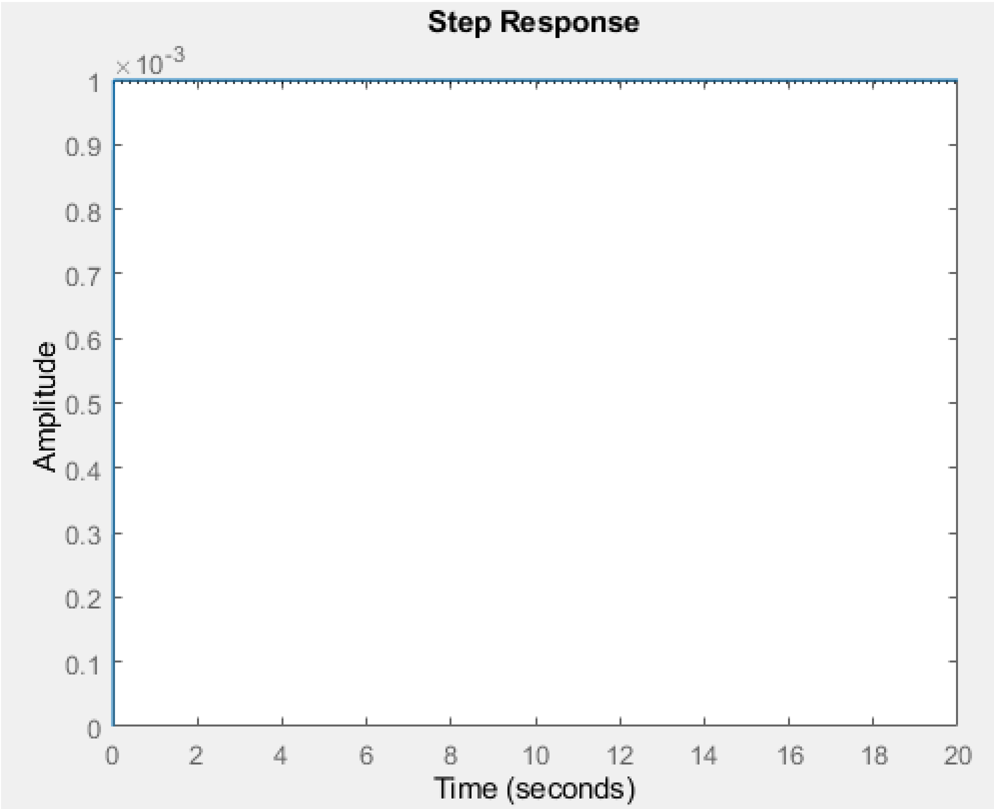
Η λύση στο πρόβλημα LQR περιλαμβάνει την επίλυση της διαφορικής εξίσωσης Riccati, μια θεμελιώδη εξίσωση στη θεωρία ελέγχου. Αυτή η εξίσωση παρέχει το βέλτιστο κέρδος ανάδρασης (K) που ελαχιστοποιεί τη συνάρτηση κόστους. Το κέρδος (K) χρησιμοποιείται στη συνέχεια για την κατασκευή του νόμου ελέγχου ($u(t) = -Kx(t)$), ο οποίος υπαγορεύει πώς πρέπει να εφαρμοστεί η είσοδος ελέγχου με βάση την τρέχουσα κατάσταση του συστήματος.

Η ομορφιά του σχεδιασμού LQR στον τομέα s είναι η δυνατότητα εφαρμογής του σε ένα ευρύ φάσμα συστημάτων, συμπεριλαμβανομένων εκείνων με αβεβαιότητες και διαταραχές. Ο ελεγκτής LQR μπορεί να σχεδιαστεί ώστε να είναι στιβαρός, διασφαλίζοντας ότι το σύστημα παραμένει σταθερό και λειτουργεί βέλτιστα ακόμη και παρουσία τέτοιων αβεβαιοτήτων.

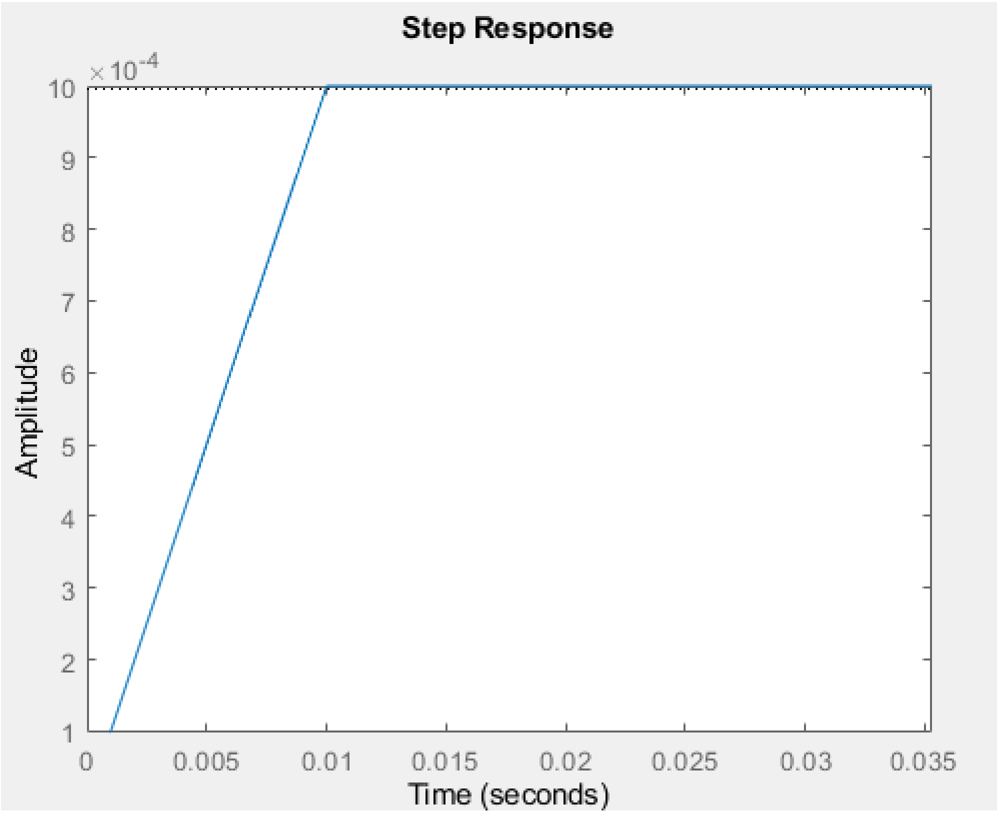
Σε πρακτικές εφαρμογές, οι ελεγκτές LQR έχουν εφαρμοστεί με επιτυχία σε διάφορους τομείς, όπως η αεροδιαστημική, η αυτοκινητοβιομηχανία και η ρομποτική. Για παράδειγμα, στην αεροδιαστημική μηχανική, το LQR χρησιμοποιείται για τη σταθεροποίηση και τον έλεγχο αεροσκαφών και διαστημικών σκαφών, όπου διασφαλίζει τη βέλτιστη απόδοση υπό αυστηρούς περιορισμούς ασφάλειας και λειτουργίας.

Για την ίδια συνάρτηση είναι:

```
Hs=tf(0.00001*[0 4.48 -4.4805], [1 -1.99 0.99],0.001);
```



Εικόνα 4.16 LQR για το IPMC –Έξοδος για το plant-Βηματική απόκριση



Εικόνα 4.17 LQR για το IPMC – Μεγέθυνση στο πεδίο του χρόνου - Έξοδος για το plant

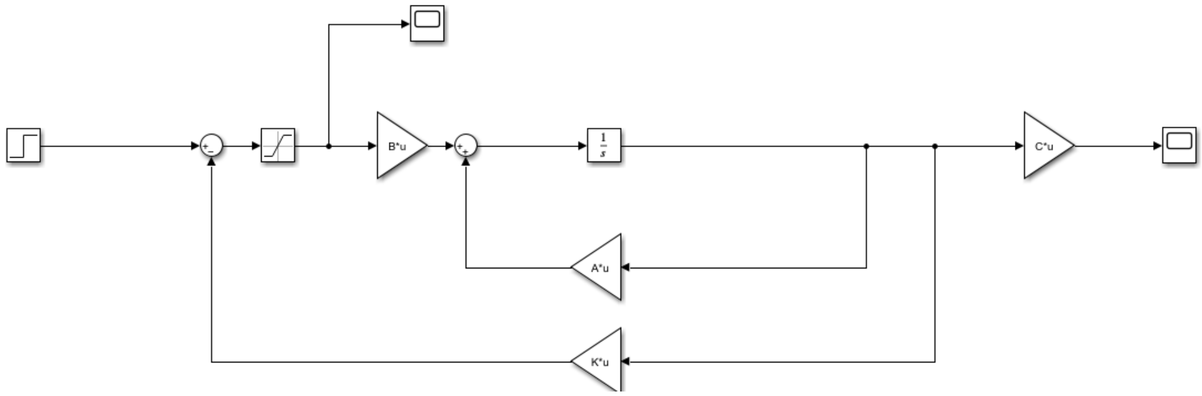
Οι παράμετροι μου προκύπτουν στο Workspace είναι:

Workspace

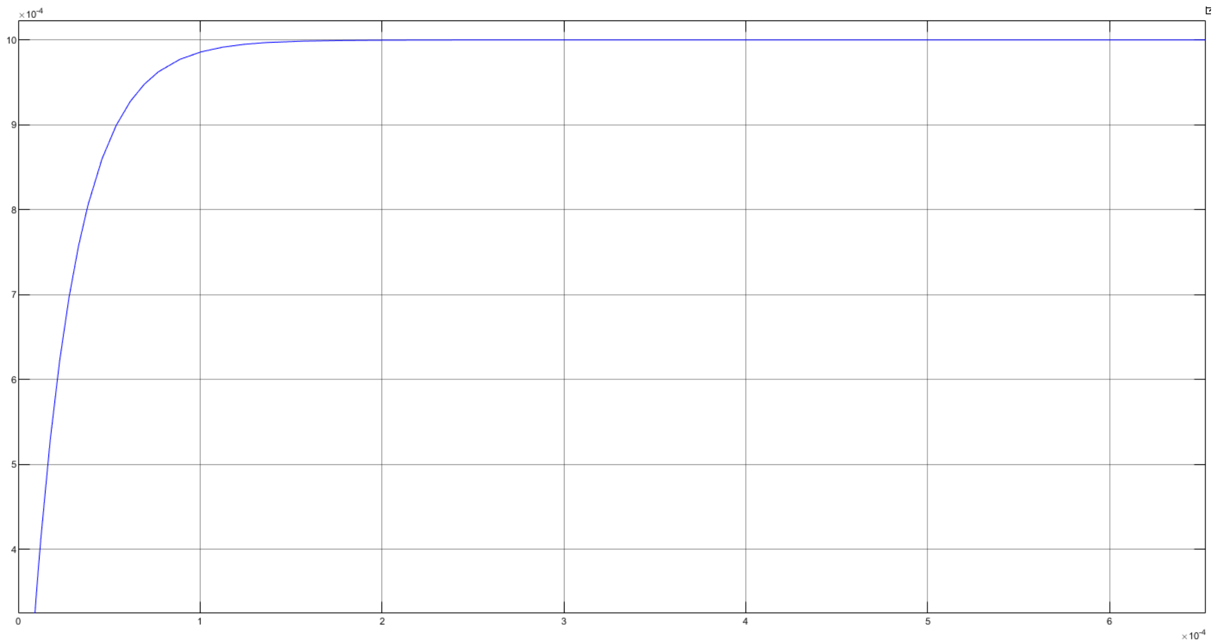
Name	Value
A	[0,1;-4.5200,-8.7800]
Ac1	[0,1;-50.4230,-4.2690e+04]
B	[0;1000]
C	[5.0220e-05,0.0427]
D	0
E	[-0.0012;-4.2690e+04]
H	*1x1 tf*
Hc	*1x1 tf*
K	[0.0459,42.6812]
Q	[2.5220e-07,2.1439e-04;2.1439e-04,0.1822]
R	1.0000e-04
S	[8.6264e-07,4.5903e-09;4.5903e-09,4.2681e-06]
sys_as_tf	*1x1 tf*
sysLQR	*1x1 ss*
syss	*1x1 ss*
t	*1x2001 double*

Εικόνα 4.18 LQR – Παράμετροι στο Workspace

Οι οποίοι χρησιμοποιούνται από το Simulink όπως φαίνεται στη παρακάτω Εικόνα 4.19.



Εικόνα 4.19 LQR – Simulink

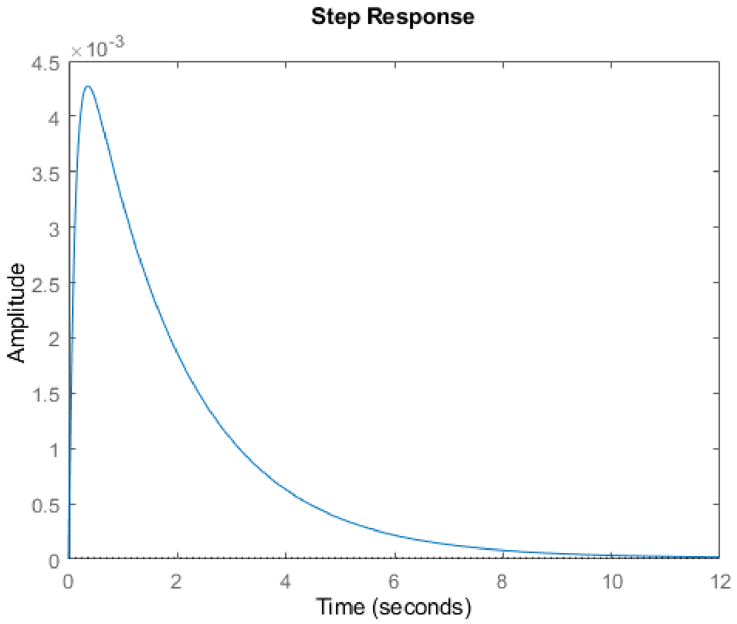


Εικόνα 4.20 LQR – Simulink – Η έξοδος από την βηματική απόκριση

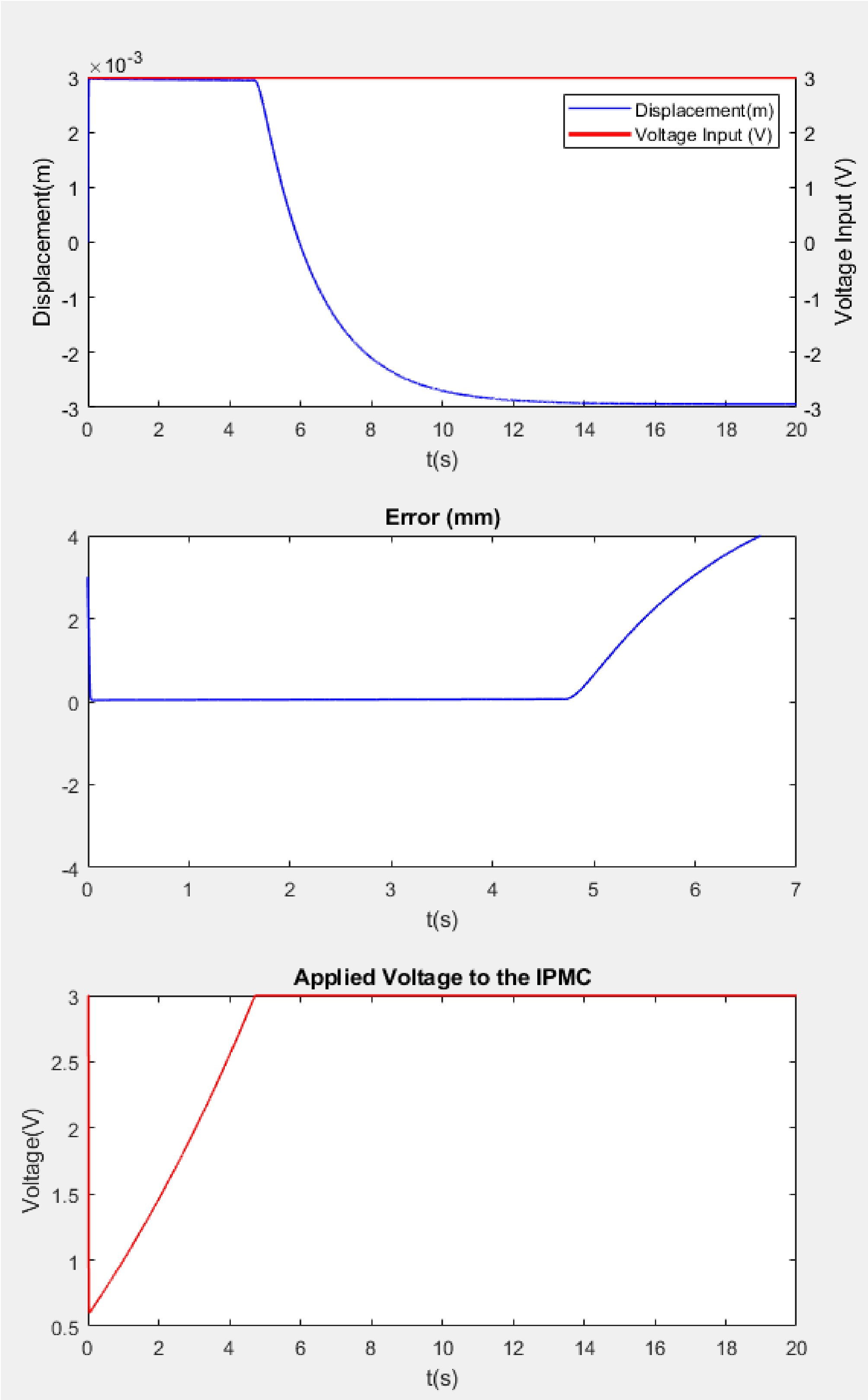
4.5 Σύγκριση

Για κάποιες συναρτήσεις μεταφοράς 2ης τάξης συνήθως δεν υπάρχει πρόβλημα στον έλεγχο και η τάση που εφαρμόζεται στην είσοδο δεν ανεβαίνει αρκετά για να προκαλέσει πρόβλημα στο υλικό.

Θα παρατηρήσουμε ότι έχουμε πρόβλημα όταν η αυξανόμενη τάση εισόδου φτάνει στο όριο που θέτουμε, όπως το 3V και ο έλεγχος παύει να υπάρχει.

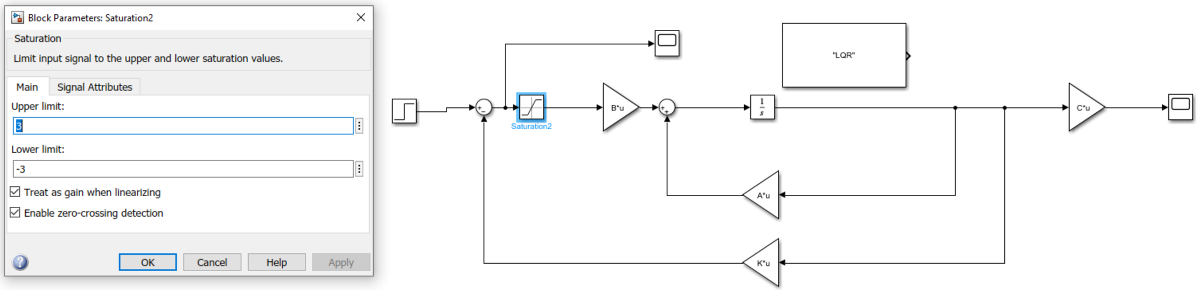


Εικόνα 4.21: Βηματική απόκριση για τη συνάρτηση

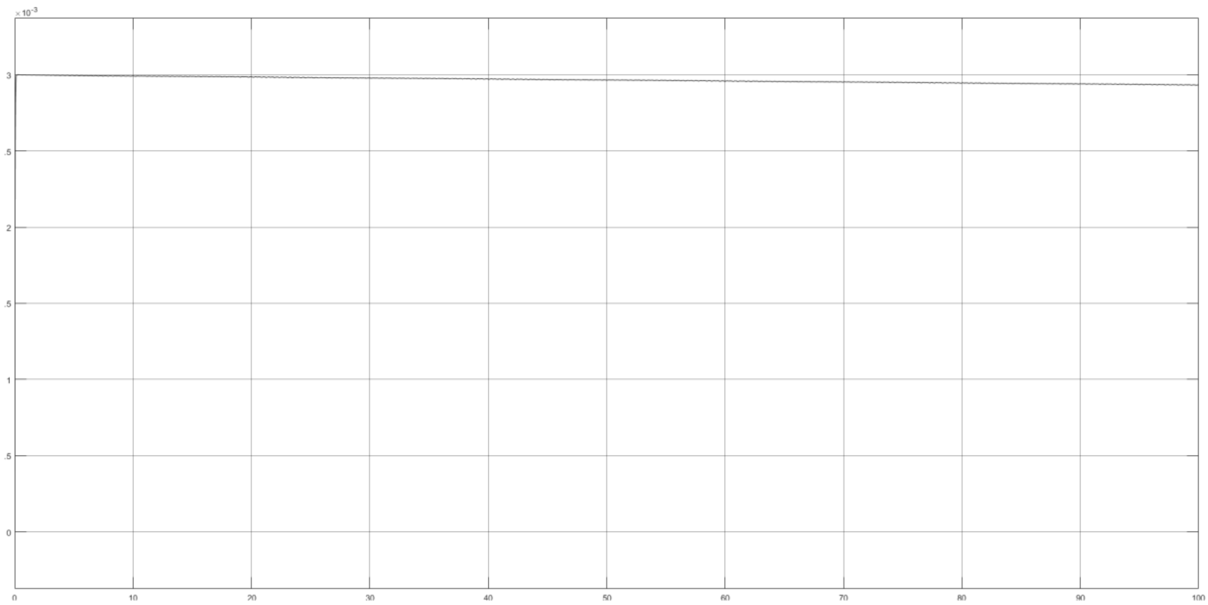


Εικόνα 4.22: Βηματική απόκριση με όριο στη τάση που εφαρμόζεται στο plant 3V

Ενώ φαίνεται ότι το LQR αντιμετωπίζει καλύτερα το όριο στη τάση εισόδου, όπως φαίνεται στην παρακάτω Εικόνα 4.24 αλλά στη διάρκεια του χρόνου παρουσιάζει μείωση του πλάτους και ίσως να μην μπορεί να χρησιμοποιηθεί αν χρειαστεί να κρατηθεί η κατάσταση σταθερή για περισσότερο χρόνο, ανάλογα τη συνάρτηση μεταφοράς.



Εικόνα 4.23: LQR Simulink διάγραμμα με όριο στη τάση εισόδου 3V



Εικόνα 4.24: Απόκριση με είσοδο 3V και με όριο στη τάση που εφαρμόζεται στο plant 3V

Κεφάλαιο 5ο: Συμπεράσματα και προτάσεις βελτίωσης

Αυτή η εργασία διερευνά τη σύγκριση εφαρμογών και επιδόσεων των ελέγχων Proportional-Integral-Derivative (PID) και Linear Quadratic Regulator (LQR) σε ένα σύστημα δεύτερης τάξης, με έμφαση στο τελευταίο. Μέσω της ανάπτυξης και της ανάλυσης των βηματικών αποκρίσεων που δημιουργούνται από το MATLAB και το Simulink, έχουμε αποδείξει με επιτυχία ότι και οι δύο στρατηγικές ελέγχου μπορούν να επιτύχουν ικανοποιητικά αποτελέσματα υπό τυπικές συνθήκες. Ωστόσο, η μελέτη κάνει μια βαθύτερη κατάδυση στη λειτουργική δυναμική υπό περιορισμένες συνθήκες, ειδικά όταν το σύστημα αντιμετωπίζει κορεσμό τάσης 3V στην είσοδο του υλικού δηλαδή της συνάρτησης μεταφοράς. Υπό αυτές τις συνθήκες, ο έλεγχος PID αντιμετωπίζει προκλήσεις στη διατήρηση της αποτελεσματικής απόκρισης του συστήματος λόγω σημαντικών αυξήσεων στην τάση εισόδου λίγο μετά την εφαρμογή, υποδηλώνοντας περιορισμούς στην προσαρμοστικότητά του σε ξαφνικές αλλαγές στους περιορισμούς του συστήματος.

Αντίθετα, ο έλεγχος LQR παρουσιάζει ανώτερη απόδοση κάτω από τις ίδιες συνθήκες κορεσμού τάσης, διατηρώντας τη σταθερότητα και τον έλεγχο του συστήματος χωρίς τις δραματικές διακυμάνσεις της τάσης εισόδου που παρατηρούνται με τον έλεγχο PID. Αυτή η στιβαρότητα του ελέγχου LQR υπογραμμίζει την ικανότητά του να χειρίζεται τους περιορισμούς πιο αποτελεσματικά, παρουσιάζοντας ένα σημαντικό πλεονέκτημα σε πρακτικές εφαρμογές όπου οι περιορισμοί του συστήματος είναι συνηθισμένοι. Ωστόσο, είναι σημαντικό να σημειωθεί μια μικρή υποβάθμιση της απόδοσης που παρατηρείται στον έλεγχο LQR, όπου εμφανίζεται μια ελαφρά πτωτική τάση στην απόκριση του συστήματος για μεγάλο χρονικό διάστημα. Αυτό υποδηλώνει ότι ενώ ο έλεγχος LQR είναι γενικά πιο προσαρμόσιμος και ανθεκτικός υπό περιορισμένες συνθήκες, υπάρχει χώρος για βελτιστοποίηση ώστε να διατηρηθεί η απόδοσή του με την πάροδο του χρόνου. Επίσης, η βοήθεια του ChatGPT στην εργασία στην συγγραφή κειμένου και στην ερμηνεία πολλών εφαρμογών ήταν πολύτιμη.

Για μελλοντικές βελτιώσεις, προσδιορίζονται δύο βασικοί τομείς. Πρώτον, η βελτίωση της στρατηγικής ελέγχου PID για τον καλύτερο χειρισμό των περιορισμών του συστήματος, όπως ο περιορισμός της τάσης εισόδου, θα μπορούσε να περιλαμβάνει την ενσωμάτωση προσαρμοστικών ή μη γραμμικών στοιχείων ελέγχου που προσαρμόζονται δυναμικά στις μεταβαλλόμενες συνθήκες του συστήματος. Αυτή η προσέγγιση θα βελτιώσει ενδεχομένως την ευρωστία και την αποτελεσματικότητα του ελέγχου PID σε ένα ευρύτερο φάσμα σεναρίων. Δεύτερον, η αντιμετώπιση της μακροπρόθεσμης υποβάθμισης της απόδοσης του ελέγχου LQR μπορεί να απαιτεί βελτίωση των παραμέτρων ελέγχου ή ενσωμάτωση προγνωστικών μοντέλων για την πρόβλεψη και την αντιστάθμιση της σταδιακής μείωσης της απόδοσης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

[1] https://underactuated.mit.edu/lqr.html

[2] Sam, Y. M., Ghani, M. R. H. A., & Ahmad, N. (2000, September). LQR controller for active car suspension. In *2000 TENCON Proceedings. Intelligent Systems and Technologies for the New Millennium (Cat. No. 00CH37119)* (Vol. 1, pp. 441-444). IEEE.

[3] Cao, Y., & Ren, W. (2009). Optimal linear-consensus algorithms: An LQR perspective. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, *40*(3), 819-830.

[4] Argentim, L. M., Rezende, W. C., Santos, P. E., & Aguiar, R. A. (2013, May). PID, LQR and LQR-PID on a quadcopter platform. In *2013 International Conference on Informatics, Electronics and Vision (ICIEV)* (pp. 1-6). IEEE.

[5] Argentim, L. M., Rezende, W. C., Santos, P. E., & Aguiar, R. A. (2013, May). PID, LQR and LQR-PID on a quadcopter platform. In *2013 International Conference on Informatics, Electronics and Vision (ICIEV)* (pp. 1-6). IEEE.

[6] http://www.kostasalexis.com/lqr-control.html

[7] https://www.mathworks.com/help/control/ref/lti.lqr.html

[8] https://n.ethz.ch/~gzardini/controlsystems2/Theory%20and%20Hints/FS18/Week%209/notes_9.pdf

[9] https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/890/1/012056/pdf

[10] https://automaticaddison.com/linear-quadratic-regulator-lqr-with-python-code-example/

[11] https://www.mathworks.com/support/learn-with-matlab-tutorials.html

[12] https://engineering.ju.edu.jo/ar/Arabic/Laboratories/04%20-%20First%20Order%20System.pdf?ID=2

[13] https://palashhomeblog.files.wordpress.com/2019/02/untitled-1.png

[14] https://lpsa.swarthmore.edu/Transient/TransInputs/TransStep/imgBC1.gif

[15] https://www.pid-tuner.com/pid-control/

[16] https://miro.medium.com/v2/resize:fit:1358/0*6qwQPLegKNIOW_Et

[17] https://chat.openai.com/